TP20 : Étude énergétique d'un pendule pesant

Objectif : Réaliser l'étude énergétique d'un pendule pesant et mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.

Capacités :

- Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période.

Le but de ce TP est d'étudier les **oscillations libres ou amorties d'un pendule pesant**. Pour cela, l'interface `Orphy` reliée à l'ordinateur permet de tracer directement l'amplitude du pendule en fonction du temps.

I Le pendule pesant

1 Acquisition des données et traitement informatique

Le dispositif d'acquisition de données comporte : un potentiomètre (résistance qui varie linéairement avec l'angle du pendule) ; une interface `Orphy-GTI` reliée à l'ordinateur par la prise série `COM2`, elle mesure une tension aux bornes du potentiomètre ; et l'ordinateur.

Le logiciel `win-GTS` permet de programmer l'interface `Orphy-GTI` et déclenche les acquisitions. Les mesures mises en mémoire dans le boîtier sont ensuite transmises à l'ordinateur et affichées sur l'écran. Pour un traitement complet, les mesures sont transférées au logiciel `Regressi`. Nous l'utiliserons pour représenter la courbe de tension mesurée $V_1(t)$, pour l'angle $\theta(t)$ des mouvements du pendule, pour calculer $\dot{\theta}$.

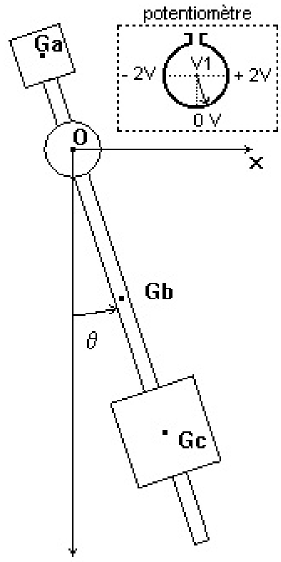

Figure 1

2 Constitution du pendule pesant

Contrairement au pendule simple étudié dans les chapitres **M2** et **M3**, la masse d'un vrai pendule est répartie dans tout le solide en rotation. La grandeur physique quantifiant cette répartition de masse est le **moment d'inertie**. On parle alors de *pendule pesant*. Le modèle du *pendule simple* correspond alors à la limite où on assimile le solide à un point matériel d'extension négligeable.

Notre pendule comporte les éléments suivants :
- Un cylindre de plastique blanc (a) de masse M_a, de longueur h_a, de rayon R_a.
- Une tige cylindrique (b) de masse M_b, de longueur h_b et de rayon R_b.
- Un cylindre métallique (c) de masse M_c de hauteur h_c, de rayon extérieur R_2 et de rayon intérieur R_1.
- Un cylindre (d) de plastique blanc, horizontal, fixe en O, emboîté sur l'axe de rotation.
- Un potentiomètre linéaire relié à la prise `F` d'`Orphy GTI`.

Lorsque le pendule est vertical, le potentiomètre devrait se situer à mi-course. Un disque de plastique gris emboîté sur l'axe du potentiomètre permet d'ajuster manuellement le zéro électrique au zéro angulaire. Une rotation de 90 ° doit correspondre à une tension de 1,5 à 2 V sur le curseur du potentiomètre.

II Modèle du pendule simple

1 Rappels théoriques

Hypothèses :

- Toute la masse du pendule est située à la distance L (par rapport à l'axe de rotation Oz) où se situe le cylindre métallique (c) (de masse M_c),
- Les oscillations sont considérées comme étant de faibles amplitudes, *i.e.* $\sin\theta \simeq \theta$.

On rappelle que dans ce cas la pulsation temporelle et la période des oscillations vérifient :

$$\omega_0^2 = \frac{g}{L} \quad \text{et} \quad T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

Remarque : la période des oscillations est **indépendante** de l'angle θ_0 initial de lâcher. Ceci n'est plus vérifié dès lors que l'approximation des petits angles n'est plus vérifié. On parle alors de **non-isochronisme** des oscillations.

2 Expérience

Protocole :

- On commence par enlever la masse métallique et par équilibrer la tige. Pour cela, on place l'ailette en plastique jaune tout au bout en haut, et on ajuste la position de la tige pour qu'elle ne tourne pas quelle que soit la position d'où on la lâche.
- Ce qu'on note J_{tige} est donc en fait le moment d'inertie de l'ensemble tige+ailette.
- On replace la masse M_c sur la tige. On effectue ensuite la mesure de la période des oscillations pour plusieurs valeurs de la distance L (entre 10 cm et le maximum).
- On se place dans le cadre des oscillations de faible amplitude : on ne lâche pas le pendule avec une amplitude trop importante.

Ces mesures ont été effectuées et sont exportées sur *Regressi*, elles sont disponibles sur CDP.

1. Récupérer et déterminer dans chaque cas, la période des oscillations dans votre compte rendu.
2. Estimer l'incertitude-type sur la distance L à laquelle se situe la masse M_c. D'autre part, on pourra négliger l'incertitude sur la période T obtenue pour chaque mesure.

3 Test du modèle du pendule simple

3. Écrire la relation entre L et T^2 prédite par la théorie.

   Avec les données expérimentales, que faut-il tracer en fonction de quoi pour se ramener à une loi linéaire ?

   Le faire, et conclure : les données sont-elles en accord avec le modèle du pendule ponctuel ?

III Modèle du pendule pesant

1 « Rappels » théoriques

Hypothèses :

- On note J_{tige} le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe Oz. On prend donc bien en compte le rôle de la tige.
- On fait en sorte que la tige soit équilibrée, c'est-à-dire que son centre de masse soit sur l'axe de rotation Oz (si bien qu'elle ne tourne pas lorsqu'elle est lâchée dans n'importe quelle position).
- On suppose que la masse métallique M_c est d'extension négligeable. On note L sa distance à l'axe Oz.
- Oscillations de faible amplitude pour avoir $\sin\theta \simeq \theta$.

Remarque : On prend donc en compte la tige (contrairement au modèle précédent), mais on suppose tout de même que la masse M_c est ponctuelle au bout de la tige.

Désormais la période T des oscillations vérifie :

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{J_{\text{tot}}}{M_c g L^2} = 4\pi^2 \frac{J_{\text{tige}} + M_c L^2}{M_c g L^2}$$

Remarque : à nouveau T est indépendante de θ_0.

2 Test du modèle du pendule pesant

A partir des périodes obtenues dans l'expérience précédente, on cherche désormais à valider (ou non) le modèle du pendule pesant.

Dans la partie précédente, on a donné la reltation entre T et L. On peut également la noter sous la forme :

$$\underbrace{\frac{M_c g L T^2}{4\pi^2}}_{y} = J_{\text{tige}} + M \underbrace{L^2}_{x}$$

4. Calculer les valeurs de y et de x sous Régressi. Puis à l'aide d'un graphique, conclure : les données sont-elles en accord avec le modèle du pendule pesant ? (on vérifiera si la pente est compatible avec la valeur attendue, qui est ?)

   Si oui, en déduire la valeur du moment d'inertie de l'ensemble {tige+ailette} (attention à l'unité utilisée).

IV Étude énergétique (si le temps le permet)

1 Théorie

Dans le cas où l'on peut négliger les frottements de l'air, l'énergie mécanique du pendule pesant :

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2} J_{\text{tot}} \dot{\theta}^2}_{E_c} + \underbrace{-M_c g \frac{L}{2} \cos\theta}_{E_p}$$

2 Expérience

5. En utilisant `Python`, tracer l'évolution de l'énergie mécanique, pour la plus grande longueur $L = 40$ cm.
6. L'ailette est désormais placée de façon à maximiser les frottement. Tracer l'évolution de E_m et comparer.