

TD Chapitre 4 Systèmes linéaires en régime forcé

Systèmes en régime forcé

Exercice 1 Vrai Faux régime forcé

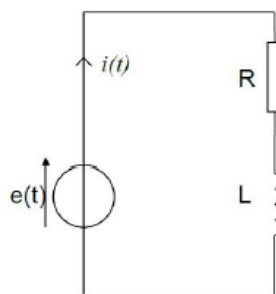
1. Dans un circuit ne comportant que des composants linéaires et une source sinusoïdale, toutes les grandeurs mesurables sont sinusoïdales.
2. Les lois de Kirchhoff (lois des nœuds et des mailles) ne sont plus valables en régime sinusoïdal.
3. Lorsque la pulsation tend vers zéro un condensateur se comporte comme un fil.
4. Lorsque la pulsation tend vers zéro une bobine se comporte comme un fil.
5. Lorsque la pulsation tend vers l'infini, un condensateur se comporte comme un fil.
6. Lorsque la pulsation tend vers l'infini, une bobine se comporte comme un fil.
7. L'amplitude et la phase d'un régime sinusoïdal forcé dépendent des conditions initiales.

Exercice 2 Notation complexe

On considère les deux circuits ci-dessous alimentés par un générateur de tension de f.e.m $e(t)$ sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz avec $R = 500 \Omega$ et $L = 0,1$ H et $C = 1 \mu\text{F}$.

L'amplitude du courant traversant les circuits est $I_m = 0,03$ A. On considère l'intensité comme origine des phases, c'est à dire $i(t) = I_m \cos(\omega t)$.

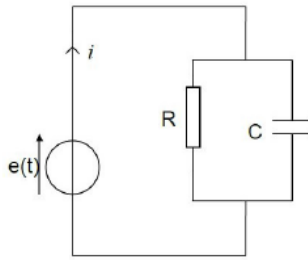
Étude du Montage a :



1. Déterminer Z_{eq1} , l'impédance équivalente du montage.
2. En déduire l'expression de l'amplitude complexe de la tension E_m en fonction de R , L , ω et I_m .
3. Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'amplitude réelle et du déphasage de la tension $e(t)$.

4. $e(t)$ est-elle en avance ou en retard sur $i(t)$?

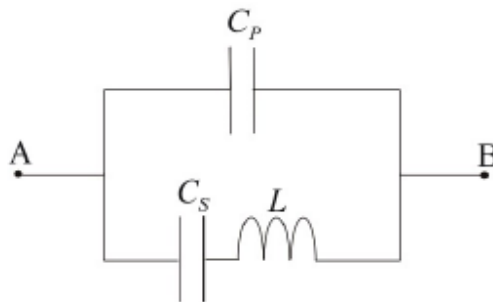
Étude du Montage b :



1. Déterminer Z_{eq2} , l'impédance équivalente du montage.
2. En déduire l'expression de l'amplitude complexe de la tension E_m en fonction de R , L , ω et I_m .
3. Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'amplitude réelle et du déphasage de la tension $e(t)$.
4. $e(t)$ est-elle en avance ou en retard sur $i(t)$?

Exercice 3 Modèle électrique d'un cristal de quartz

On modélise le comportement d'un cristal de quartz par le schéma électrique ci-contre, dans lequel la résistance électrique R du quartz est négligée. Pour les applications numériques, on prendra : $L = 500\text{mH}$, $C_s = 0,08\text{ pF}$ et $C_p = 8\text{pF}$. On se place en régime sinusoïdal forcé.



1. Calculer l'impédance complexe du quartz. On l'écrira sous la forme

$$\underline{Z}_{AB} = \left(-\frac{j}{\alpha\omega} \right) \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}$$

On donnera en fonction de L , C_p et C_s les expressions de α , ω_r et ω_a . Montrer que $\omega_a > \omega_r$.

2. Donner les valeurs numériques des fréquences f_a et f_r correspondants respectivement aux pulsations ω_a et ω_r .
3. Étudier le comportement inductif ou capacitif du quartz en fonction de la fréquence.
4. Tracer l'allure de $Z_{AB} = |\underline{Z}_{AB}|$, module de l'impédance complexe du quartz, en fonction de la fréquence.

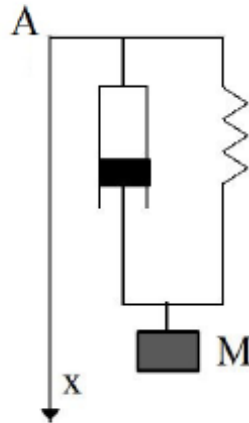
Exercice 4 Oscillations forcées d'un pendule élastique

Un pendule élastique (masse m , raideur k , longueur à vide l_0) vertical est fixé sur un support en A . Le point M est soumis à une force excitatrice dont l'expression est : $\vec{F} = F_m \cos(\omega t) \vec{u}_x$

Le pendule est soumis à une force de frottements fluides dont l'expression est $\vec{f} = -h\vec{v}$ où h est un coefficient positif.

Le référentiel d'étude lié au laboratoire est supposé galiléen. On note (Ox) la verticale descendante.

L'origine du repère est choisie à la position d'équilibre du pendule.



1. Quelle est la position d'équilibre l_1 du pendule (lorsque la force excitatrice ne s'applique pas) ?
2. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $x(t)$ quand la force excitatrice s'applique. On introduira la pulsation propre et le facteur de qualité du système.
3. On s'intéresse uniquement à la solution forcée $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi_x)$. Déterminer X_m et φ_x .
4. La vitesse de M s'écrit alors $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi_v)$. Déterminer l'amplitude complexe $\underline{V}$ associée à $v(t)$ et la mettre sous la forme

$$\underline{V} = \frac{\underline{C}}{1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec $\underline{C}$ une constante éventuellement complexe à déterminer. En déduire V_m et φ_v .

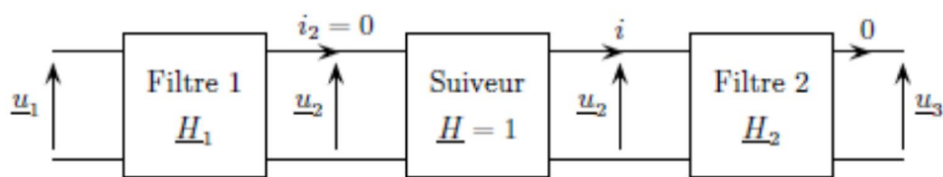
5. Par définition, on appelle impédance mécanique complexe le rapport de l'amplitude complexe de la force excitatrice sur celle de la vitesse : $\underline{Z} = \frac{\underline{F}}{\underline{V}}$. Déterminer $\underline{Z}$ en fonction de m , k et h . Pourquoi définit-on ainsi l'impédance mécanique ? Détailler l'analogie avec le circuit RLC série.

Filtrage linéaire

Exercice 5 Vrai Faux Filtrés linéaires

1. La fonction de transfert permet de retrouver l'équation différentielle du système, valable aussi pour le régime transitoire.
2. L'ordre du filtre est aussi l'ordre du système en régime transitoire.
3. Un filtre passe-bande laisse passer les hautes fréquences.
4. La pulsation de coupure à -3 dB est la pulsation pour laquelle la valeur du gain est $\sqrt{2}$ fois plus petite sa valeur maximale.
5. La courbe de gain d'un filtre du premier ordre peut avoir une pente de 40 décibels par décade.
6. Le filtre passe-haut avec $H(\omega) = H_0 \frac{j\omega}{1+j\omega/\omega_0}$, se comporte comme un circuit dérivateur en basse fréquence.
7. La pulsation de coupure d'un filtre du premier ordre est $\omega_c = \omega_0$.
8. La pulsation de coupure d'un filtre du second ordre est $\omega_c = \omega_0$.
9. La phase d'un filtre du premier ordre peut varier de $\frac{\pi}{2}$ au maximum.

Exercice 6 Filtrés en cascade



On considère l'association ci-dessus de deux filtres telle que :

$$\underline{H}_1 = \underline{H}_2 = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

1. Quelle est la nature du filtre 1 ? Quel est son ordre ?
2. Donner un montage électrique simple permettant de réaliser ce filtre.
3. Quel est l'intérêt du montage suiveur ?
4. Donner l'expression de la fonction de transfert globale : $\underline{H} = \frac{u_3}{u_1}$.
5. On injecte en entrée du montage un signal :

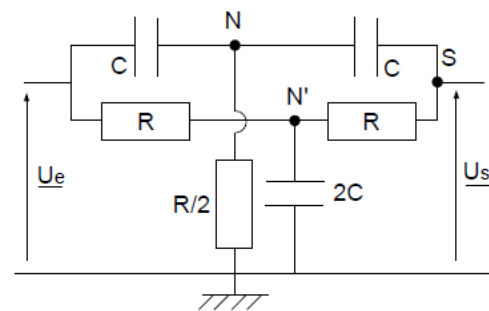
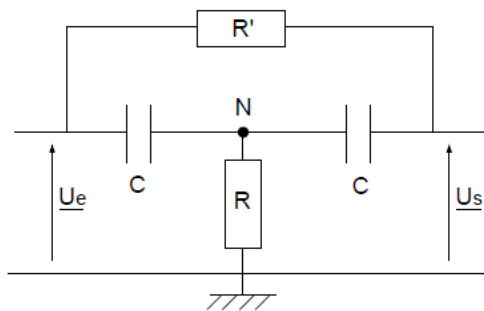
$$u_1(t) = U + 2u_{em} \cos(3\omega_0 t) \cos(\omega_0 t)$$

où $U = 5 \text{ V}$ et $u_{em} = 3 \text{ V}$.

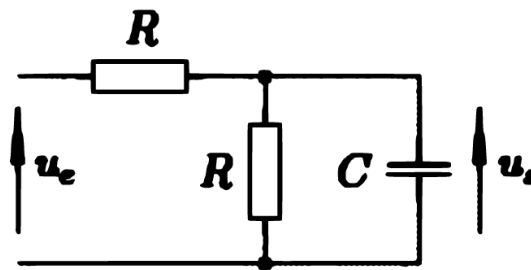
- (a) Écrire $u_1(t)$ sous la forme d'une somme de cosinus.
- (b) Représenter le spectre du signal d'entrée.
- (c) Déterminer l'amplitude des différentes harmoniques du signal de sortie.
- (d) En déduire le spectre du signal de sortie.

Exercice 7 Nature de deux filtres

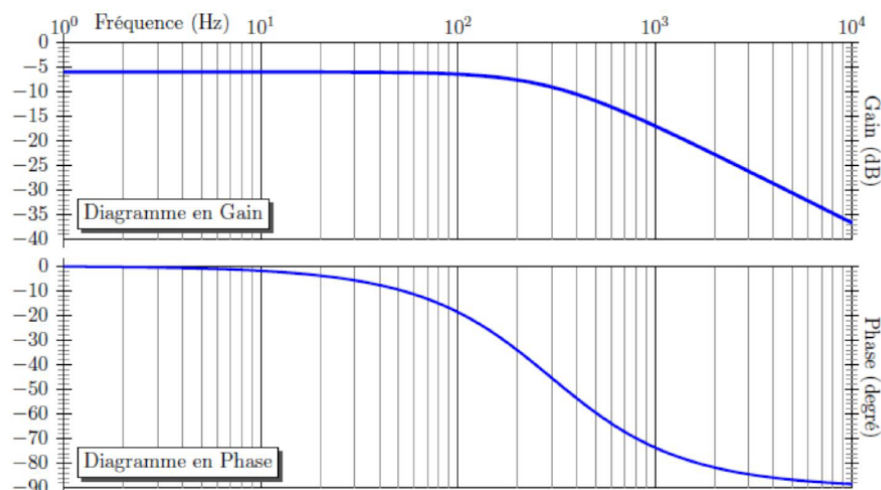
Montrer que ces 2 filtres sont des réjecteurs (coupe-bande). On montrera pour cela que la tension de sortie est non nulle en hautes et en basses fréquences.

**Exercice 8 Filtre RC**

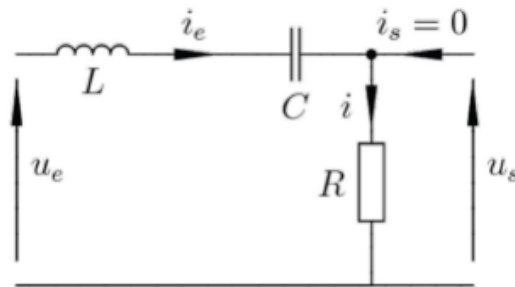
On étudie le filtre schématisé ci-dessous.



1. En représentant le circuit équivalent en basses fréquences et en hautes fréquences, déterminer la nature du filtre.
2. Déterminer la fonction de transfert $H(x)$ de ce filtre en fonction de $x = RC\omega$.
3. Déterminer l'expression de la pulsation de coupure ω_c en fonction de RC .
4. On a tracé ci-dessous les diagrammes de Bode de ce filtre. Justifier les parties rectilignes du diagramme de Bode en gain. Déterminer un ordre de grandeur du produit RC .



On considère le filtre ci-dessous, utilisé en sortie ouverte.

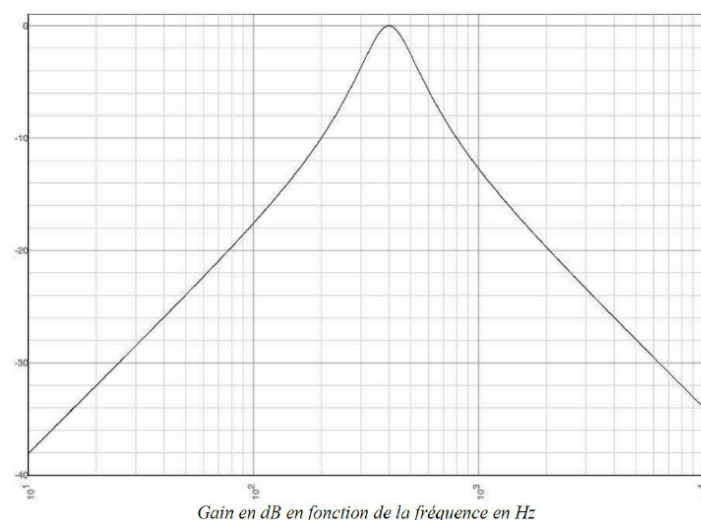


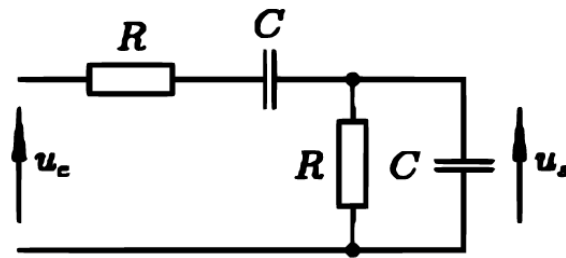
1. Déterminer sa calcul la nature du filtre.
2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous la forme :

$$H = \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Préciser l'expression de ω_0 et Q en fonction de R , L et C .

1. Le diagramme de Bode de ce filtre est représenté ci-dessous. Justifier l'allure des parties rectilignes. Déterminer graphiquement la fréquence propre f_0 ainsi que les fréquences de coupure.
2. Rappeler la relation liant la largeur de la bande passante à la fréquence propre et au facteur de qualité Q . En déduire la valeur Q .
3. L'inductance de la bobine est $L = 0,1$ H. A l'aide des résultats précédents, déterminer la valeur numérique de R et C .
4. On injecte un signal d'entrée : $u(t) = E(\cos(0,1\omega_0 t) + \cos(\omega_0 t) + \cos(10\omega_0 t))$ où $E = 5$ V et $\omega_0 = 2\pi f_0$.
 - (a) Représenter l'allure du spectre de ce signal.
 - (b) Déterminer l'amplitude des différentes harmoniques du signal de sortie.
 - (c) En déduire le spectre du signal de sortie



Exercice 9 Filtre de Wien

1. Quelle est la nature du filtre de Wien représenté ci-contre ?
2. Établir sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ et la mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{K}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ où K , ω_0 et Q sont des constantes positives que l'on exprimera et dont on donnera la signification physique.

3. Calculer la valeur maximale du gain en dB de ce filtre et la phase correspondante.
4. Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain de ce filtre.
5. Ce filtre est-il sélectif ?