MP **Sujet 1**
Semaine de colle: 4

Corrigé dès mercredi sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Soit α un réel strictement positif. Convergence simple et uniforme de (f_n), où, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $f_n : \begin{cases} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto n^\alpha x e^{-nx} \end{cases}$.

Exercice 1

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on définit $u_n(0) = 0$ et pour tout x de $]0, 1]$:

$$u_n(x) = x^n \ln(x).$$

A-ton CVU sur $[0, 1]$?

Exercice 2

Étudier la convergence simple, uniforme et normale de la série des fonctions $\sum_{n\geqslant 1} f_n$ avec :

$$f_n(x) = \frac{1}{n^2 + x^2} \text{ pour } x \text{ réel et } n \text{ entier naturel non nul.}$$

MP **Sujet 2**
Semaine de colle: 4

Corrigé dès mercredi sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

$\|\cdot\|_\infty$ est une norme sur l'espace vectoriel des fonctions bornées de A dans $\mathbb{K}$.

Exercice 1

Pour tout $n \in \mathbb{N}^\star$ et pour tout réel positif x, on pose :

$$f_n(x) = \frac{x}{n(1+x^n)}.$$

A-ton CVU ?

Exercice 2

Étudier la convergence simple, uniforme et normale de la série des fonctions $\sum_{n\geqslant 1} f_n$ avec :

$$f_n(x) = \frac{(-1)^n}{n+x^2} \text{ pour } x \text{ réel et } n \text{ entier naturel non nul.}$$

MP **Sujet 3** | Corrigé dès mercredi sur:
Semaine de colle: 4 | cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Étude de la convergence : simple, normale, uniforme et uniforme sur tout segment pour la série $\sum f_n$ avec, pour tout n dans $\mathbb{N}$, $f_n : \begin{cases} [0,1[& \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto x^n \end{cases}$.

Exercice 1

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout réel positif x, on pose :

$$u_n(x) = \sin(nx)e^{-nx}.$$

1. Étudier la convergence simple de cette suite sur $\mathbb{R}^+$.
2. Étudier la convergence uniforme de cette suite sur $[a, +\infty[$ avec a un réel strictement positif fixé.
3. Étudier la convergence uniforme de cette suite sur $\mathbb{R}^+$.

Exercice 2

Étudier la convergence simple, uniforme et normale de la série des fonctions $\sum f_n$ avec :

$$f_n(x) = nx^2e^{-x\sqrt{n}} \text{ pour } x \text{ réel positif et } n \text{ entier naturel.}$$