BL2 **Sujet 1** | Autres sujets posés sur:

Semaine de colle: 3 | cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Petit cours sur la loi binomiale (loi ? espérance ? variance ?).

Exercice

On se place dans un pays où le tiers de la population a été vacciné contre le Covid-19. On constate que sur quinze malades du Covid, il y a deux personnes vaccinées. Pour tester l'efficacité du vaccin, on va comparer la probabilité d'être malade à la probabilité d'être malade sachant que l'on a été vacciné et on dit que le vaccin est efficace si $P_V(M) \leqslant P(M)$ en notant M l'événement :" Une personne est victime de la maladie " et V :" Une personne a été vaccinée ".

1. Le vaccin est-il efficace ?
2. On suppose désormais que sur cent personnes vaccinées, huit sont malades. Quelle est la proportion de malades dans la population ?
3. Chercher la probabilité de tomber malade pour une personne non vaccinée.

Exercice

On suppose que les avions peuvent terminer un vol si au moins la moitié de ses réacteurs fonctionne. On suppose que chaque réacteur a une probabilité p (p élément de $]0,1[$) de tomber en panne et que les réacteurs se comportent de manière indépendant. Déterminer, en fonction de p, s'il vaut mieux monter dans un avion à deux ou bien à quatre réacteurs.

Question de cours

Énoncer la formule des probabilités composées et la formules des probabilités totales.

Exercice

Sur cet échiquier à 9 cases (3×3), un pion parti de la case centrale saute latéralement ou verticalement d'une case adjacente (la probabilité de rester sur place est nulle et le pion ne se déplace pas en diagonale).

1. Où se trouve le pion après un nombre pair de sauts ?
2. On note X le nombre de sauts effectués avant de revenir à la case centrale. On convient que $(X = 0)$ a lieu si le pion n'est pas revenu sur la case centrale lors des 100 premiers sauts. Donner la loi de X.
3. Soit n un entier naturel. On note Y_n le nombre de fois que le pion repasse par la case centrale au cours des $2n$ premiers sauts. Déterminer la loi et l'espérance de Y_n.

Exercice

Soient b et r deux entiers naturels non nuls. Une urne contient b boules blanches et r boules rouges. On tire n fois une boule avec remise et on note P_n la probabilité pour que le nombre de boules rouges soit pair. Pour tout entier naturel non nul n, montrer que :

$$P_n = \frac{b-r}{b+r}P_{n-1} + \frac{r}{b+r}$$

puis expliciter $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

BL2 **Sujet 3** Autres sujets posés sur:
Semaine de colle: 3 cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Petit cours sur la loi de Bernoulli (loi ? espérance ? variance ?).

Exercice

Un tireur à l'arc vise une cible. Chaque tir a une probabilité $\frac{1}{4}$ de l'atteindre. On suppose les tirs indépendants. Combien de flèches doit lancer le tireur pour que la probabilité d'atteindre la cible soit au moins de $\frac{2}{3}$?

Exercice

Soit n un entier supérieur à 2. On dispose d'une urne contenant $n-1$ boules numérotées de 1 à $n-1$ et de n cartons $C_1, C_2, \cdots, C_n$. Pour tout i compris entre 1 et n, le carton C_i contient i jetons numérotés de 1 à i. On tire une boule de l'urne. Si la boule tirée porte le numéro i, on tire un jeton du carton C_i et un jeton du carton C_{i+1}. On dit qu'il y a succès si les deux jetons portent le même numéro.

1. Quelle est la probabilité p_2 de succès lorsque $n = 2$?
2. Quelle est la probabilité p_n de succès lorsque $n > 2$?
3. (a) Montrer que $\frac{1}{k+1} \leqslant \ln(k+1) - \ln(k) \leqslant \frac{1}{k}$ pour tout entier naturel k non nul et en déduire un équivalent au voisinage de l'infini de $\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

   (b) Donner un équivalent au voisinage de l'infini de $(p_n)_{n\geqslant 2}$.