

Question de cours

Donner la table de vérité de $P \implies Q$. Montrer que cette proposition équivaut à (NON P) OU Q

Exercice 1

Soit f une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} dérivable. Donner la réciproque et la contraposée des propositions suivantes et préciser si les propositions de l'énoncé et celles que vous énoncez sont vraies ou fausses :

1. f est constante $\implies f$ est croissante
2. f' est positive $\implies f$ est croissante
3. $f' = 0 \implies f$ est constante
4. f admet un maximum en 4 $\implies f'(4) = 0$

Exercice 2

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+4}{x^2+3x+2} \right)$, $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+2}{x^2+3x+2} \right)$ et $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2-x-6}{2x^2+5x+2} \right)$.

2. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos(x)}{\tan(x) \sin(x)} \right) \text{ puis : } \lim_{x \rightarrow 0} ((\exp(x) - 1) \ln(x)).$$

Question de cours

Donner la simplification de la proposition NON (P ET Q). Retrouver le résultat à l'aide d'une table de vérité.

Exercice 1

Démontrer que, si n , un entier naturel, est le carré d'un entier non nul, alors $2n$ n'est pas le carré d'un entier.

Exercice 2

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^2 + 1}{3x + 2} \right)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x^2 + x} \right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$.

Question de cours

Donner la contraposée de la proposition $P \implies Q$. Montrer à l'aide d'une table de vérité que ces deux propositions sont équivalentes.

Exercice 1

Calculer les limites suivantes (si elles existent) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^4 - 5x^2 + 2}{x(x-1)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4 - 5x^2 + 2}{x(x-1)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\left(\frac{1}{x} \right)^x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x \ln(e^x - x)}{x^2 + 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x} - \sqrt{x}}} \right)$$

Exercice 2

Étudier la dérivabilité en 1 des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto |x^2 + 2x - 3|, \quad g : x \mapsto \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x \geq 1 \\ x \ln(x) + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}, \quad h : x \mapsto |x - 1| \sqrt{x^2 - 1}.$$