

**Question de cours**

Définition d'un équivalent, passage au produit+équivalent, somme et négligeabilité ?

**Exercice 1**

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos(x)}{\tan(x) \sin(x)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} ((\exp(x) - 1) \ln(x))$$

2. Trouver un équivalent simple des fonctions suivantes au voisinage de 0 :

$$x \mapsto \cos(\sin(x)) - 1 \quad \text{et} \quad x \mapsto \exp(\sin^2(x)) - 1$$

**Exercice 2**

Étudier la dérivabilité en 0 des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto \sqrt{x}, \quad g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x \ln(x) + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}, \quad h : x \mapsto \frac{x}{1 + |x|}.$$

**Question de cours**

Définition de fonctions négligeables, passage au produit ? et la somme ?

**Exercice 1**

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-x^2 + 1}{3x + 2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x^2 + 4x - 6}{x^2 - 1} \right)$$

**Exercice 2**

Trouver un équivalent simple des fonctions suivantes au voisinage de 0 :

$$x \mapsto \cos(\tan(x)) - 1 \quad \text{et} \quad x \mapsto \ln(\cos(x))$$

**Question de cours**

Définition de  $f'(a)$ . En déduire  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\ln(x)}{x-1} \right)$ .

**Exercice 1**

Calculer les limites suivantes (si elles existent) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^4 - 5x^2 + 2}{x(x-1)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^4 - 5x^2 + 2}{x(x-1)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \left( \frac{1}{x} \right)^x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x \ln(e^x - x)}{x^2 + 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x} - \sqrt{x}}} \right)$$

**Exercice 2**

Étudier la dérivabilité en 1 des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto |x^2 + 2x - 3|, \quad g : x \mapsto \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x \geq 1 \\ x \ln(x) + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}, \quad h : x \mapsto |x-1| \sqrt{x^2 - 1}.$$