

Question de cours

Définition de la covariance et du coefficient de corrélation.

Exercice

Soit X la variable aléatoire qui prend comme valeurs 1 et -1 avec les probabilités $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{4}$ et la valeur 0 avec la probabilité $\frac{1}{2}$. On pose $Y = X^2$. Montrer que X et Y sont non corrélées et ne sont pas indépendantes.

Exercice

Soit n un entier supérieur à 2. On tire successivement et sans remise les boules d'une urne constituée de n boules dont 2 sont noires et les autres blanches. On note X le rang du tirage de la première boule noire et Y celui du tirage de la seconde boule noire.

1. Déterminer la loi du couple (X, Y) .
2. Donner les lois marginales de X et Y .
3. Montrer qu'il existe un entier a tel que $a - X$ ait la même loi que Y .
4. Déterminer la loi de $Y - X$.
5. En déduire l'espérance des variables aléatoires X et Y .

Question de cours

Définition des lois marginales, lien avec l'indépendance ?

Exercice

Soit n un entier naturel non nul. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n . On tire deux boules successivement et avec remise. On note X le premier numéro tiré et Y le second. On note $U = \max(X, Y)$ et $V = \min(X, Y)$.

1. Déterminer la loi du couple (X, Y) .
2. Calculer $E(U)$.
3. En déduire $E(V)$.

Exercice

Un cirque s'installe dans une ville de n habitants (n entier supérieur à 2). Chaque soir, toute personne n'ayant pas encore vu le spectacle a une probabilité p de s'y rendre (avec p élément de $]0, 1[$ fixé). Les personnes vont voir au plus une fois le spectacle. Pour tout entier naturel k non nul, on note X_k le nombre de spectateurs de la k -ième représentation.

1. Quelle est la loi de X_1 ?
2. Quelle est la loi du couple (X_1, X_2) ?
3. Quelle est la loi de X_2 ? Reconnaître une loi usuelle.
4. Quelle est la loi de $X_1 + X_2$? Reconnaître une loi usuelle.
5. Quelle est la loi de $X_1 + \dots + X_k$?

BL2 Sujet 3

Semaine de colle: 5

Autres sujets posés sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Variance d'une somme...

Exercice

Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires réelles dont la loi conjointe est donnée par le tableau des $P((X, Y) = (x, y))$ suivant :

$x \backslash y$	-2	-1	0	2
-1	0,1	0	0,1	0,25
1	0	0,1	0	0,2
2	0	0,1	0,15	0

Calculer $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$, $V(Y)$ et $Cov(X, Y)$.

Exercice

Soit n un entier naturel non nul. On considère une variable aléatoire Z telle que :

$$Z(\Omega) = \{ (i, j) \in \mathbb{N}^2 / 1 \leq i \leq n \text{ et } i \leq j \leq i + n \}$$

et, pour tout (i, j) de $Z(\Omega)$, on a : $P(Z = (i, j)) = \frac{1}{n^2}$.

1. Représenter $Z(\Omega)$ et montrer qu'on décrit une loi de probabilité pour Z .
2. Déterminer les lois marginales de Z . Sont-elles indépendantes ?