MP **Sujet 1**
Semaine de colle: 7

Corrigé dès mercredi sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Déterminer les éléments propres de la matrice de taille n (entier supérieur à 2) ne contenant que des 1.

Exercice 1

Soit f un endomorphisme d'un $\mathbb{K}$ ev E de dimension finie.

1. On suppose que 0 est une valeur propre de f^2, montrer que f n'est pas surjective.
2. On suppose que 0 n'est pas une valeur propre de f, montrer que f est un automorphisme et expliciter les valeurs propres de son inverse.

Exercice 2

Soient E l'espace des fonctions numériques et continues sur $\mathbb{R}$ et I l'endomorphisme de E qui à une fonction f de E associe sa primitive qui s'annule en 0. Expliciter le spectre de I.

MP **Sujet 2**
Semaine de colle: 7

Corrigé dès mercredi sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Déterminer le polynôme caractéristique d'une symétrie vectorielle s d'un $\mathbb{R}$-ev de dimension finie.

Exercice 1

Soient E l'espace des suites réelles convergeant vers 0 et Δ l'endomorphisme de E défini par :

$$\Delta : u \mapsto (u_{n+1} - u_n)_{n\in\mathbb{N}}$$

1. Vérifier que E est un espace vectoriel et que Δ est un endomorphisme de E.
2. Expliciter le spectre de Δ.
3. Δ est-il injectif ?

Exercice 2

Soient $(A, B) \in (\mathcal{M}_n(\mathbb{C}))^2$ avec n un entier naturel non nul. On désire établir l'égalité des polynômes caractéristiques

$$\chi_{AB} = \chi_{BA}$$

1. Établir l'égalité quand $A \in GL_n(\mathbb{C})$.
2. Pour $A \notin GL_n(\mathbb{C})$, justifier que $A+\frac{1}{p}I_n \in GL_n(\mathbb{C})$ pour p entier naturel assez grand.
3. En déduire que l'égalité est encore vraie pour A non inversible.

MP **Sujet 3**
Semaine de colle: 7

Corrigé dès mercredi sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Déterminer χ_A et π_A avec :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 1

Soient a et b deux réels, on pose :

$$M(a,b) = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ab & b^2 \\ ab & a^2 & b^2 & ab \\ ab & b^2 & a^2 & ab \\ b^2 & ab & ab & a^2 \end{pmatrix}$$

On admet que $M(a,b)$ a trois valeurs propres. Expliciter les ainsi que les sous-espaces propres associés.

Exercice 2

Soient E l'espace des fonctions numériques continues sur $\mathbb{R}_+$ convergeant en $+\infty$ et T l'endomorphisme de E défini par :

$$\forall f \in E, \forall x \in \mathbb{R}_+, (T(f))(x) = f(x+1).$$

Expliciter le spectre de T ainsi que ses vecteurs propres.