

BCPST1 **Sujet 1**
Semaine de colle: 9

Sujet disponible sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Monotonie et composition (la composée de deux fonctions croissantes,...)

Exercice 1

Ensemble de définition et parité/imparité/périodicité de :

$$x \mapsto \sqrt{\frac{x+1}{2-x}}, x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2-x}} \text{ et } x \mapsto \frac{\exp(\sin(x)) - 1}{\exp(\sin(x)) + 1}.$$

Exercice 2

Mener une étude complète et représenter graphiquement la fonction suivante :

$$g : x \mapsto x \exp\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

Question de cours

Symétrie des courbes des fonctions impaires : énoncé et démonstration du résultat.

Exercice 1

Ensemble de définition et parité/imparité/périodicité de :

$$x \mapsto \sqrt{1 - 2x^2 + x^4}, x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2 + \cos(x^7)}} \text{ et } x \mapsto \frac{\exp(x^3) - 1}{\exp(x^3) + 1}.$$

Exercice 2

On pose $f : x \mapsto \ln(|2x + 1|) + \ln(|x + 3|)$.

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Résoudre alors l'inéquation suivante $\ln(|2x + 1|) + \ln(|x + 3|) < \ln(3)$ d'inconnue $x \in \mathcal{D}_f$.

Question de cours

Définition et caractérisation des tangentes à la courbe d'une fonction.

Exercice 1

Soit $f : x \mapsto x^2 - 5x + 4$.

1. Tracer la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal.
2. En déduire les courbes représentatives des fonctions suivantes :

$$g : x \mapsto f(x) - 5, \quad h : x \mapsto f(x - 5), \quad i : x \mapsto |f(x)| \quad \text{et} \quad j : x \mapsto f(|x|)$$

Exercice 2

On considère l'équation

$$(E) : \quad x^{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

d'inconnue $x \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Vérifier que $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{16}$ sont solutions de (E) .
2. En considérant les variations de la fonction $f : x \mapsto x^{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}$ sur \mathbb{R}_+^* , montrer que (E) admet exactement deux solutions, puis conclure.