

Question de cours

Donner la définition du produit scalaire et son expression dans une base orthonormée du plan.

Exercice 1

1. Donner une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}_1$ passant par $C(3; 8)$ telle que $\vec{u}(-3; 2)$ soit un vecteur normal à $\mathcal{D}_1$ puis de $\mathcal{D}_2$ passant par $B(5; 11)$ et $A(1; 5)$.

2. Étudier l'intersection du plan $\mathcal{P}$ paramétré par :
$$\begin{cases} x = 2 + \lambda - \mu \\ y = 3 - \lambda + 2\mu \\ z = 1 + 2\lambda + \mu \end{cases} \text{ avec}$$

$(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$ et $\mathcal{D}$ la droite d'équation
$$\begin{cases} x = 2 + y + z \\ x = 2 + 3y + 4z \end{cases}.$$

Exercice 2

Soit n un entier naturel supérieur à 3, résoudre le système S_n suivant d'inconnue $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dans $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 & = 0 \\ & \vdots \\ x_{n-2} + x_{n-1} + x_n & = 0 \\ x_{n-1} + x_n & = 0 \end{cases}$$

On commencera par résoudre S_3 puis S_4 et S_5 et on généralisera.

Question de cours

Donner la définition du déterminant et son expression dans une base orthonormée directe.

Exercice 1

Résoudre les systèmes suivants d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$:

$$\begin{cases} 5x + 8y - 7z = 5 \\ 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y + 5z = 7 \end{cases} \text{ puis } \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2

Résoudre ces système d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} x^6 + xy + z = 5 \\ x^2 - x^3 = 0 \\ 6x + 5y + 2z = 13 \end{cases} \text{ puis } \begin{cases} \cos(x) \cos(y) = \frac{\sqrt{3} + 1}{4} \\ \sin(x) \sin(y) = \frac{\sqrt{3} - 1}{4} \end{cases}$$

Question de cours

Donner la définition d'un système linéaire échelonné et un ou deux exemples.

Exercice 1

Dans le plan affine euclidien, on considère les points $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(1/2, \sqrt{3}/2)$. Soit I le milieu de $[BC]$. Déterminer les coordonnées de I' , symétrique de I par rapport à (AC) .

Exercice 2

Discuter et résoudre, suivant la valeur du couple de paramètres (a, b) complexe, le système suivant d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$:

$$\begin{cases} ax + by + z &= 1 \\ x + aby + z &= b \\ x + by + az &= 1 \end{cases}$$