BCPST1 Sujet 1

Semaine de colle: 15

Sujet disponible sur: cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Donner la définition du déterminant et son expression dans une base orthonormée directe.

Exercice :

On se place dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé. On considère les trois droites suivantes :

- 1. (D_1) d'équation cartésienne : x + 3y 5 = 0
- 2. (D_2) d'équation cartésienne : x 2y + 5 = 0
- 3. (D_3) d'équation cartésienne : 4x 3y 10 = 0.

Calculer l'aire du triangle déterminé par ces droites.

Exercice 2

1. On suppose que, dans un repère orthonormé, une droite $\mathcal D$ a pour équation cartésienne ax+by+c=0. Prouver que :

$$d(A(x_A, y_A), \mathcal{D}) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

2. En déduire les droites passant par l'origine, orthogonales et tangentes à un cercle de centre $\Omega(2,1)$.

BCPST1 Sujet 2

Semaine de colle: 15

Sujet disponible sur: cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Donner les représentations paramétriques des cercles du plan et des droites de l'espace.

Exercice 1

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, déterminer une équation cartésienne et un système d'équations paramétriques de la droite D déterminée par :

- 1. la droite D passe par A(1,2) et $\overrightarrow{u}=(-7,4)$ est un vecteur directeur de D;
- 2. la droite D passe par A(1,2) et est perpendiculaire à la droite d'équation cartésienne 2x + y 4 = 0.

Exercice 2

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, on considère trois points A, B, C de coordonnées respectives $(1,1), (a,a^2)$ et $(-a^2,a)$ avec $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1;0;1\}$.

- 1. Justifier l'existence de la droite (AB) et de la médiatrice du segment [BC] puis montrer que ces deux droites ne sont pas parallèles.
- 2. Décrire le lieu du point M intersection de (AB) et la médiatrice du segment [BC] quand a varie.

BCPST1 Sujet 3

Semaine de colle: 15

Sujet disponible sur: cahier-de-prepa.fr/dalzon 2/docs? colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Donner la forme de l'équation cartésienne d'une droite du plan. Expliquer comment calculer la distance d'un point à cette droite.

Exercice 1

Considérons le triangle du plan ABC avec A(4,1), B(2,3) et C(-5,-3). Déterminer des équations de la hauteur issue de C et de la médiatrice de [BC].

On se place dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé. Déterminer graphiquement la région du plan contenant les points M dont les coordonnées (x,y) vérifient les conditions indiquées (ce sont deux questions différentes):

1.
$$\begin{cases} x & \geqslant 0 \\ y & \leqslant 0 \\ x^2 + 2y + y^2 & \leqslant x \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} |y| + |x| & \leqslant 1 \\ x - 2y & \leqslant 15 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} |y| + |x| & \leq 1 \\ x - 2y & \leq 15 \end{cases}$$