

MP Sujet 1

Semaine de colle: 21

Corrigé dès mercredi sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Équations différentielles d'ordre 2 à coefficients constants avec second membre sympathique : expliquer comment résoudre de telles équations.

Exercice 1

1. Résoudre les équations différentielles suivantes d'inconnue y fonction dérivable :

$$(2 + \cos(x))y' + \sin(x)y = (2 + \cos(x)) \sin(x) \quad (E_1)$$

$$(e^x - 1)y' + e^x y = 1 \quad (E_2)$$

2. Résoudre l'équation différentielle suivante d'inconnue y fonction dérivable sur $]0, \pi[$:

$$\sin(x)y' - y \cos(x) + 1 = 0 \quad (E_3)$$

Exercice 2

Déterminer toutes les fonctions $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{C}$ dérivables telles que :

$$\forall (s, t) \in \mathbb{R}^2, f(s + t) = f(s) \times f(t).$$

Question de cours

Wronskien pour les équations d'ordre 2 : définition et utilisation.

Exercice 1

1. Résoudre l'équation différentielle suivante d'inconnue y fonction dérivable :

$$(1 + \cos^2(x))y' - \sin(2x)y = \cos(x) \quad (E_1)$$

$$(e^x + 1)y' + e^x y = 1 + e^x \quad (E_2)$$

2. Résoudre l'équation différentielle suivante d'inconnue y fonction dérivable sur $]0, \pi[$:

$$(\sin(x))^3 y' = 2 \cos(x)y \quad (E_3)$$

3. Résoudre l'équation différentielle suivante d'inconnue y fonction dérivable sur $]0, +\infty[$:

$$x(1 + (\ln(x))^2)y' = 1 - 2 \ln(x)y \quad (E_4)$$

Exercice 2

Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ dérivables en 0 telles que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x + y) = e^x f(y) + e^y f(x).$$

MP Sujet 3

Semaine de colle: 21

Corrigé dès mercredi sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Wronskien pour les équations d'ordre 1 : définition et utilisation.

Exercice 1

1. Soient ω et ω_0 deux réels strictement positifs et distincts. Trouver les solutions de l'équation différentielle suivante d'inconnue y fonction dérivable :

$$y'' + \omega^2 y = \cos(\omega_0 x)$$

vérifiant les conditions initiales $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.

2. Déterminer les couples (a, b) de \mathbb{R}^2 tels que toute solution de l'équation différentielle suivante d'inconnue y fonction deux fois dérivable :

$$y'' + ay' + by = 0$$

soit bornée sur \mathbb{R}^+ .

Exercice 2

Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ dérivables telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(2 - x).$$