BL2 **Sujet 1** Autres sujets posés sur:
Semaine de colle: 22 cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Définition du produit scalaire et de la norme....

Exercice

1. Expliciter les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de :
$$f : (x, y) \mapsto (y - x)\exp(-y + x).$$
2. Déterminer le domaine de définition et étudier les extremums de la fonction f suivante :
$$f : (x, y) \mapsto x^2 - 4x + 3 + y^3 - 6y.$$

Exercice

Soit $f : (x, y) \mapsto x \times \exp\left(x\left(y^2 + 1\right)\right)$.

1. Montrer que, pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on a $f(x, y) \geqslant x \times \exp(x)$.
2. Étudier rapidement la fonction g suivante : $g : x \mapsto x \times \exp(x)$ et trouver la valeur de son minimum s'il existe.
3. En déduire que f admet un minimum sur $\mathbb{R}^2$ atteint en un seul point.

BL2 **Sujet 2** Semaine de colle: 22

Autres sujets posés sur: cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Égalités et inégalités remarquables suivies par un produit scalaire

Exercice

1. Expliciter les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de
$$f : (x, y) \mapsto (xy)^2 + x^4 + y^4.$$
2. Déterminer le domaine de définition et étudier les extremums de la fonction f suivante :
$$f : (x, y) \mapsto (x - y)^2 + x^4 + y^4.$$

Exercice

Soit $f : (x, y) \mapsto x^2y - xy^2$.

1. Chercher les points critiques de f.
2. Calculer $f(x, 2x)$ pour x réel.
3. En déduire que f n'admet pas d'extremum.
4. Démontrer de nouveau ce résultat grâce aux théorèmes de votre cours.

BL2 **Sujet 3**

Semaine de colle: 22

Autres sujets posés sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

Colles de mathématiques de M Bacquelin

Question de cours

Lien point critique et extremum, signe et extremum d'une fonction quadratique

Exercice

1. Expliciter les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de $g : (x, y) \mapsto \cos(x^2 + 2x + y^2 + 3y)$.
2. Déterminer le domaine de définition et étudier les extremums de la fonction f suivante :
$$f : (x, y) \mapsto (y - x) \exp(-y + x).$$

Exercice

Soit n un entier naturel non nul.

1. Montrer, en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwarz que, pour tout $(a_1; \cdots; a_n)$ de $\left(\mathbb{R}_+^\star\right)^n$, on a :
$$\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}\right) \times \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right) \geqslant n^2.$$
2. Déterminer le minimum de $\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}\right) \times \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)$ quand $(a_1; \cdots; a_n)$ décrit $\left(\mathbb{R}_+^\star\right)^n$.