

**Question de cours**

Rapport entre matrice hessienne et extremum...

**Exercice 1**

Déterminer le domaine de définition et étudier les extremums de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \times ]0, +\infty[$  suivante :

$$f : (x, y) \mapsto y(x^2 + \ln^2(y)).$$

**Exercice 2**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$  par, pour tout  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , on pose :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1. Montrer que  $f$  admet une dérivée au point  $(0, 0)$  suivant tout vecteur de  $\mathbb{R}^2$ .
2.  $f$  est-elle continue en  $(0, 0)$  ?

## MP Sujet 2

Semaine de colle: 23

Corrigé dès mercredi sur:

[cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle](http://cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle)

### COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

#### Question de cours

Optimisation sous contrainte...

#### Exercice 1

Soit  $f : (x, y) \mapsto x^2y - xy^2$ .

1. Chercher les points critiques de  $f$ .
2. Calculer  $f(x, 2x)$  pour  $x$  réel.
3. En déduire que  $f$  n'admet pas d'extremum.
4. Démontrer de nouveau ce résultat grâce aux théorèmes de votre cours.

#### Exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  par, pour tout  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ , on pose :

$$f(x, y) = (x^2 - y^2) \ln(x^2 + y^2)$$

1. Est-il possible de prolonger  $f$  par continuité en  $(0, 0)$  ?
2. Établir que  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  et établir que, pour tout  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ , on a :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = -\frac{\partial f}{\partial y}(y, x)$$

3. La fonction  $f$  est-elle de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}^2$  ?

## MP Sujet 3

Semaine de colle: 23

Corrigé dès mercredi sur:

[cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle](http://cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle)

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

### Question de cours

Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour....

### Exercice 1

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^3$  par :

$$f : (x, y, z) \mapsto (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

1. Chercher les points critiques de  $f$ .
2.  $f$  a-t-elle des extremum ?
3. Déterminer les extremum dans la boule unité.

### Exercice 2

Soient  $u$  un endomorphisme symétrique d'un espace euclidien  $E$  et  $x_0$  un vecteur de  $E$ . On étudie la fonction  $f: E \rightarrow \mathbb{R}$  définie par :

$$\forall x \in E, f(x) = \frac{1}{2} \langle x, u(x) \rangle + \langle x, x_0 \rangle$$

1. Montrer que  $f$  est différentiable et exprimer sa différentielle.
2. Calculer le gradient de  $f$  en tout point de  $E$ .