

Question de cours

Rapport entre matrice hessienne et extremum...

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition et étudier les extremums de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \times]0, +\infty[$ suivante :

$$f : (x, y) \mapsto y(x^2 + \ln^2(y)).$$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^2 par, pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on pose :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1. Montrer que f admet une dérivée au point $(0, 0)$ suivant tout vecteur de \mathbb{R}^2 .
2. f est-elle continue en $(0, 0)$?

MP Sujet 2

Semaine de colle: 23

Corrigé dès mercredi sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Optimisation sous contrainte...

Exercice 1

Soit $f : (x, y) \mapsto x^2y - xy^2$.

1. Chercher les points critiques de f .
2. Calculer $f(x, 2x)$ pour x réel.
3. En déduire que f n'admet pas d'extremum.
4. Démontrer de nouveau ce résultat grâce aux théorèmes de votre cours.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ par, pour tout $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, on pose :

$$f(x, y) = (x^2 - y^2) \ln(x^2 + y^2)$$

1. Est-il possible de prolonger f par continuité en $(0, 0)$?
2. Établir que f est de classe \mathcal{C}^1 et établir que, pour tout $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, on a :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = -\frac{\partial f}{\partial y}(y, x)$$

3. La fonction f est-elle de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R}^2 ?

MP Sujet 3

Semaine de colle: 23

Corrigé dès mercredi sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour....

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^3 par :

$$f : (x, y, z) \mapsto (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

1. Chercher les points critiques de f .
2. f a-t-elle des extremum ?
3. Déterminer les extremum dans la boule unité.

Exercice 2

Soient u un endomorphisme symétrique d'un espace euclidien E et x_0 un vecteur de E . On étudie la fonction $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$\forall x \in E, f(x) = \frac{1}{2} \langle x, u(x) \rangle + \langle x, x_0 \rangle$$

1. Montrer que f est différentiable et exprimer sa différentielle.
2. Calculer le gradient de f en tout point de E .