

**Question de cours**

Montrer que les racines  $n$ -ième ( $n$  entier supérieur à 2) sont des puissances de  $\exp\left(\frac{i2\pi}{n}\right)$  et en déduire que la somme des racines  $n$ -ième vaut...

**Exercice 1**

1. Résoudre l'équation suivante d'inconnue  $z$  complexe :  $z^n = \exp(i\theta)$  avec  $n$  un entier naturel non nul et  $\theta$  un réel.
2. Soit  $a$  un élément de  $]0, \frac{\pi}{2}[$ . Écrire sous forme trigonométrique  $\frac{1 - i \tan(a)}{1 + i \tan(a)}$ .
3. Résoudre l'équation suivante d'inconnue  $z$  complexe :

$$z^n = \frac{1 - i \tan(a)}{1 + i \tan(a)}$$

avec  $a$  un élément de  $]0, \frac{\pi}{2}[$  et  $n$  un entier naturel non nul.

**Exercice 2**

Soient  $n$  un entier naturel et  $a$  un réel non nul. Trouver les complexes  $z$  tels que :

$$z^{2n} - 2z^n \cos(na) + 1 = 0.$$

MPSI **Sujet 2**  
Semaine de colle: 4

Sujet disponible sur:  
[cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle](http://cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle)

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

**Question de cours**

Mise sous forme canonique d'un polynôme du second degré et en déduire l'expression de ses racines.

**Exercice 1**

Résoudre l'équation  $e^x + e^{-x} = 1 + e$  d'inconnue  $x$  réel.

**Exercice 2**

Soit  $n$  un entier naturel non nul fixé. Résoudre l'équation suivante d'inconnue  $z$  complexe :

$$(z + i)^n + (z - i)^n = 0.$$

**Question de cours**

Démontrer  $(xy)^\alpha = \dots$  et compagnie.

**Exercice 1**

Soit  $u$  un élément de  $]0, \pi[$ . On considère l'équation suivante d'inconnue le nombre complexe  $z$  :

$$z^2 + 2(1 - \cos(u))z + 2(1 - \cos(u)) = 0.$$

Trouver les solutions de cette équation et donner leur forme trigonométrique.

**Exercice 2**

Calculer  $(1+i)^6$  et en déduire la résolution de l'équation  $z^6 = -8i$  d'inconnue  $z$  complexe. Résoudre aussi l'équation  $(z-1)^6 + (z+1)^6 = 0$  d'inconnue  $z$  complexe.