

Question de cours

Définition de $f'(a)$. En déduire $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\ln(x)}{x-1} \right)$.

Exercice 1

Trouver un équivalent simple des fonctions suivantes au voisinage de 0 :

$$x \mapsto \cos(\tan(x)) - 1 \quad \text{et} \quad x \mapsto \ln(\cos(x))$$

Exercice 2

Étudier la dérivabilité en 1 des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto |x^2 + 2x - 3|, \quad g : x \mapsto \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x \geq 1 \\ x \ln(x) + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}, \quad h : x \mapsto |x-1|\sqrt{x^2-1}.$$

Question de cours

Énoncer le théorème des Gendarmes et son corollaire. Montrer que le corollaire et le théorème sont équivalents

Exercice 1

Soit

$$f : \begin{cases} [0, +\infty[& \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \frac{x^2 e^{-x}}{1 - e^{-x}} & \text{si } x > 0 \end{cases} \end{cases} .$$

Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R}_+ .

Exercice 2

Soit

$$f : \begin{cases}]-\infty, +\infty[& \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Demander à votre gentil colleur ce que veut dire classe \mathcal{C}^2 puis montrer que f est de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R} .

Question de cours

Définition d'un équivalent, passage au produit+équivalent, somme et négligeabilité ?

Exercice 1

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos(x)}{\tan(x) \sin(x)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} ((\exp(x) - 1) \ln(x))$$

2. Trouver un équivalent simple des fonctions suivantes au voisinage de 0 :

$$x \mapsto \cos(\sin(x)) - 1 \quad \text{et} \quad x \mapsto \exp(\sin^2(x)) - 1$$

Exercice 2

Étudier la dérivabilité en 0 des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto \sqrt{x}, \quad g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x \ln(x) + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}, \quad h : x \mapsto \frac{x}{1 + |x|}.$$