

Question de cours

Énoncer et démontrer la formule d'intégration par parties

Exercice 1

Calculer $\int_0^1 x^3 \exp(3x) dx$, $\int_0^1 e^{-x} \sin(x) dx$ et $\int_0^1 x \arctan(x) dx$.

Exercice 2

1. Étudier la parité de $x \mapsto x^3 \sin(x) \exp(x^2)$ puis $\cos \sin$ et enfin $x \mapsto 1 + x^2 \sin(x)$.
2. Posons $f = g + h$ avec g une fonction paire définie sur $\mathbb{R}$ et h une fonction impaire définie sur $\mathbb{R}$. Soit x un réel, exprimer $g(x)$ en fonction de $f(x)$ et de $f(-x)$. Même travail avec h .
3. Soit f une fonction paire définie sur $\mathbb{R}$. Montrer que f s'écrit de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
4. Décomposer les fonctions de la question 1 sous la forme d'une somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

Question de cours

Définir les sommes de Riemann associées à une fonction f sur un intervalle $[a; b]$. Énoncer le théorème de Riemann. En déduire la valeur de $\int_0^1 e^t dt$.

Exercice 1

Comparer de deux façons différentes $\int_0^{\pi/4} \sin(t) dt$ et $\int_0^{\pi/4} \cos(t) dt$. Même consigne avec $\int_0^1 \frac{1}{1+t} dt$ et $\int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt$.

Exercice 2

On pose $f : x \mapsto \ln(|2x + 1|) + \ln(|x + 3|)$.

1. Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
2. Résoudre alors l'inéquation suivante $\ln(|2x + 1|) + \ln(|x + 3|) < \ln(3)$ d'inconnue $x \in \mathcal{D}_f$.

Question de cours

Définition et caractérisation des tangentes à la courbe d'une fonction.

Exercice 1

Calculer $\int_1^2 \ln(x)dx$ et $\int_1^0 \arctan(x)dx$.

Exercice 2

On considère l'équation

$$(E) : \quad x^{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

d'inconnue $x \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Vérifier que $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{16}$ sont solutions de (E) .
2. En considérant les variations de la fonction $f : x \mapsto x^{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}_+^*$, montrer que (E) admet exactement deux solutions, puis conclure.