

Question de cours

Soit n un entier naturel non nul. Démontrer que pour tous $(a, a', b, b') \in \mathbb{Z}^4$ tels que $a \equiv b[n]$ et $a' \equiv b'[n]$ alors :

$$a + a' \equiv (b + b')[n], a \times a' \equiv b \times b'[n] \text{ et } a^m \equiv b^m[n].$$

Exercice 1

Résoudre l'équation suivante d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}.$$

Exercice 2

On note δ le pgcd de a et de b et μ le ppcm de a et de b avec a et b deux entiers non nuls. Montrer que δ est le pgcd de $a + b$ et de μ .

MPSI **Sujet 2**
Semaine de colle: 1

Sujet disponible sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Démontrer les preuves par 3, 9 et 11.

Exercice 1

Soit n un entier. Montrer que si $2^n + 1$ est premier, alors n est une puissance de 2.

Exercice 2

Trouver les couples d'entiers naturels non nuls (x, y) tels que :

$$11x - 5y = 10 \text{ et } \text{pgcd}(x, y) = 10.$$

MPSI **Sujet 3**
Semaine de colle: 1

Sujet disponible sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Démontrer l'unicité de la division euclidienne en cas d'existence.

Exercice 1

Calculez la somme de tous les éléments de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ (me demander la définition de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ si besoin est) avec un entier n supérieur à 2.

Exercice 2

Soit n un entier. Montrer que si $2^n - 1$ est premier, alors n est aussi premier.