Question de cours

Exposer la méthode de résolution d'un système échelonné.

Exercice 1

Soient A, B, C et D quatre points quelconques. On définit les points G, H et I par : $\overrightarrow{GB} = 4\overrightarrow{GA}$, $3\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{CD}$ et $6\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{AC}$. Montrer que ces trois points sont alignés et trouver le réel λ tel que $\overrightarrow{GI} = \lambda\overrightarrow{GH}$.

Exercice 2

Soit n un entier naturel supérieur à 3, résoudre le système S_n suivant d'inconnue $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dans $\mathbb{R}^n$:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 & = 0 \\ & \vdots \\ x_{n-2} + x_{n-1} + x_n & = 0 \\ x_{n-1} + x_n & = 0 \end{cases}$$

On commencera par résoudre S_3 puis S_4 et S_5 et on généralisera.

Question de cours

Donner la définition d'un système échelonné et un ou deux exemples.

Exercice 1

Résoudre les systèmes suivants d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$:

$$\begin{cases} 5x + 8y - 7z = 5 \\ 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y + 5z = 7 \end{cases} \text{ puis } \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2

Résoudre ces système d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} x^6 + xy + z = 5 \\ x^2 - x^3 = 0 \\ 6x + 5y + 2z = 13 \end{cases} \text{ puis } \begin{cases} \cos(x) \cos(y) = \frac{\sqrt{3} + 1}{4} \\ \sin(x) \sin(y) = \frac{\sqrt{3} - 1}{4} \end{cases}$$

Question de cours

Donner la forme de l'équation cartésienne d'une droite du plan. Expliquer comment calculer la distance d'un point à cette droite.

Exercice 1

Soient A, B, C, D, E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BD}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{AE}$ et de $\overrightarrow{AF}$, puis en fonction de $\overrightarrow{AB}$.
2. Les droites (EF) et (AB) sont-elles sécantes ?

Exercice 2

Discuter et résoudre, suivant la valeur du couple de paramètres (a, b) complexe, le système suivant d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$:

$$\begin{cases} ax + by + z = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + az = 1 \end{cases}$$