**Exercice 3**

Soit un producteur dont les contraintes techniques sont décrites par la fonction de production suivante : $Q=f(K,L)=K^{1/2}.L^{1/2}$ . On sait par ailleurs que le prix du capital est comme le prix du travail égal à 1. La combinaison productive $(K,L)=(2,4)$ par laquelle passe la droite d'isocoût est-elle optimale ?

On sait qu'une combinaison productive est optimale si elle vérifie l'égalité suivante :

$\frac{PmL}{w}=\frac{PmK}{r}$ . Ici, comme $w=r=1$ on doit juste vérifier que $PmL=PmK$ :

$PmL=\frac{1}{2}\left(\frac{K}{L}\right)^{1/2}$ ce qui donne pour $(K,L)=(2,4)$ :

$$PmL=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{4}\right)^{1/2}\simeq 0,35$$

$PmK=\frac{1}{2}\left(\frac{L}{K}\right)^{1/2}$ ce qui donne pour $(K,L)=(2,4)$ :

$$PmK=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{2}\right)^{1/2}\simeq 0,7$$

Comme $PmL \neq PmK$ on en déduit que la combinaison productive $(K, L) = (2,4)$ n'est pas une combinaison productive optimale.

**Quelle est la combinaison productive optimale ?**

Toutes les combinaisons productives optimales vérifient ici : $TMST_{K/L} = \frac{w}{r} = 1$

Calculons le $TMST_{K/L}$ : $TMST_{K/L} = \frac{PmL}{PmK} = \frac{0{,}5.K^{1/2}.L^{-1/2}}{0{,}5.K^{-1/2}.L^{1/2}} = \frac{K}{L}$

Donc toutes les combinaisons optimales vérifient l'égalité $K = L$

Or on sait que la droite d'isocoût passe par la combinaison $(K, L) = (2{,}4)$ ce qui va permettre de calculer son équation et de déterminer une valeur de K ou de L :

$B = rK + wL = 1 \otimes 2 + 1 \otimes 4 = 6$

donc l'équation de la droite d'isocoût est $K = 6 - L$ , on sait par ailleurs qu'à l'optimum $K = L$ donc la combinaison productive optimale est $(K, L) = (3{,}3)$