

---

## Devoir Maison n°1

Pour le 22/09/22

---



### CONSEILS ET CONSIGNES :

- Lisez l'énoncé du devoir avec attention.
- L'usage de la calculatrice ou de tout moyen de communication est interdit.
- Soignez la rédaction et la présentation. Seuls les résultats soulignés ou encadrés seront considérés comme des résultats et donc corrigés.
- Vous devez laisser de la place (une demi page) pour votre note et des commentaires en début de copie.
- Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.
- Écrire lisiblement les numéros des questions traitées et numéroter les pages.

**EXERCICE 1.** Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3} = 192$ .

**EXERCICE 2.** Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1.  $\frac{-2x + 4}{x^2 - 3x + 2} = 1.$                       2.  $\frac{x}{x + 1} < \frac{2}{x}.$

**EXERCICE 3.** On appelle nombre d'or l'unique solution positive de l'équation  $x^2 - x - 1 = 0$ . On le note  $\Phi$ .

1. Donner une expression de  $\Phi$ .
2. Montrer que  $\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$ .
3. Donner une expression simple de  $\Phi^2(2 - \Phi)$ .

**EXERCICE 4.** Résoudre, suivant les valeurs du réel  $m$ , l'équation d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$  suivante :

$$x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 1 = 0$$

**EXERCICE 5.**

1. Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 3}$ 
  - (a) Déterminer le domaine de définition de  $g$ .
  - (b) Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x \in D_g$ ,  $g(x) = 1 + \frac{a}{x - 3} + \frac{b}{x - 1}$ .
2. Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x - 6}{e^{2x} - 4e^x + 3}$ 
  - (a) Déterminer le domaine de définition de  $f$
  - (b) Résoudre les inéquations suivantes :

$$e^{2x} + e^x - 6 \leq 0, \quad e^{2x} - 4e^x + 3 \geq 0$$

En déduire le signe de  $f$ .