

*** EXERCICE 1**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction.
2. Montrer que f est minorée par 1 et majorée par 2.
3. La fonction f a-t-elle pour maximum 2 et pour minimum 1 ?

*** EXERCICE 2**

Quelle est la parité des fonctions suivantes ?

$$f(x) = \left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)^2 \times \frac{x^3}{\sqrt{3x^2 + 5}} \quad g(x) = \frac{\ln(|x|)}{e^{x^2} + x^4 + 2x^2}$$

*** EXERCICE 3**

Montrer à l'aide d'une étude de fonctions que pour tout $x > 0$, $\ln(x) \leq x - 1$.

*** EXERCICE 4**

Etudier les variations des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1. g définie par $g(x) = 2x - x \ln(x)$.
2. h définie par $h(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.
3. f définie par $f(x) = \sqrt{x} - \ln(x)$.

*** EXERCICE 5**

Soient f la fonction inverse et g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x + 5$. Déterminer $g \circ f$ et $f \circ g$ (on précisera les ensembles de définition de ces fonctions).

*** EXERCICE 6**

Soient f la fonction définie sur $] -\infty, 3]$ par $f(x) = 2 + \sqrt{3 - x}$ et g la fonction définie sur $[2, +\infty[$ par $g(x) = -x^2 + 4x - 1$. Déterminer des expressions simples de $g \circ f$ et $f \circ g$ (on précisera les ensembles de définition de ces fonctions).