.

❋ Exercice 1

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Calculer $A+B$, $A-B$, $2A-3B$, BC, CD et DC.

❋ Exercice 2

Calculer lorsque c'est possible le produit AB et le produit BA pour les matrices A et B suivantes.

1. $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
4. $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ et $B = {}^tA$.

❋ Exercice 3

Ecrire la matrice suivante : $A = (\min(i,j))_{\{1 \leqslant i \leqslant 4;\ 1 \leqslant j \leqslant 3\}}$

❋ Exercice 4

On considère la matrice : $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

Calculer $A.{}^tA$ puis ${}^tA.A$. Quelle remarque peut-on faire ?

❋ Exercice 5

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Déterminer toutes les matrices X carrées d'ordre 3 telles que $AX = 0_3$.
2. Déterminer toutes les matrices X carrées d'ordre 3 telles que $AX = XA$

❋ Exercice 6

Déterminer toutes les matrices diagonales X d'ordre 3 vérifiant $X^2 - X - 2I_3 = 0_3$.

❋ Exercice 7

Dans chacun des cas suivants, calculer A^n pour tout entier naturel n. On conjecturera une expression grâce aux premières puissances.

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

❋ Exercice 8

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -3 & 2 & 9 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$. Calculer A^2, A^3, puis A^n pour tout entier naturel n.

❋ Exercice 9

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer A^2.

Montrer que A^2 est combinaison linéaire de A et de I (c'est à dire qu'il existe 2 réels a et b tels que : $A^2 = aA + bI$).