.

Exercice 1

Ecrire les ensembles suivant :

1. L'ensemble des images par une fonction f.
2. L'ensemble des valeurs qui annule une fonction f.
3. L'ensemble des nombres entiers naturels impairs.
4. Soit $n \in \mathbb{N}$. L'ensemble des matrices carrées d'ordre n inversibles.
5. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. L'ensemble des matrices qui commutent avec A.
6. Soit $n \in \mathbb{N}$. L'ensemble des matrices carrées d'ordre n symétriques.
7. Soit $n \in \mathbb{N}$. L'ensemble des matrices carrées d'ordre n diagonales.
8. L'ensemble des suites arithmétiques de raison 3 et de rang initial 0.
9. L'ensemble des suites géométriques de raison 7 et rang initial 1.

Exercice 2

Soit E un ensemble et A,B deux sous-ensembles de E. Que signifient les assertions suivantes ? Représenter ces situations.

1. $\forall x \in E,\ x \in A \Rightarrow x \in B$.
2. $\forall x \in E,\ x \in A \Leftrightarrow x \in B$.
3. $\exists x \in A,\ x \notin B$.
4. $\forall x \in B,\ x \in A$ et $\exists x \in A,\ x \notin B$.

Exercice 3

Soit E un ensemble. Soient A et B deux sous-ensembles de E. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soient A_1, A_2, ..., A_n n sous-ensembles de E.
Soit x un élément de E, écrire à l'aide de quantificateurs, de connecteurs logiques, les assertions suivantes :

1. $x \in A \cup B$
2. $x \in A \cap B$
3. $x \in \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
4. $x \in \bigcap_{i=1}^{n} A_i$
5. $x \notin A \cup B$
6. $x \notin A \cap B$
7. $x \notin \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
8. $x \notin \bigcap_{i=1}^{n} A_i$

Exercice 4

Soient A, B et C trois ensembles tels que $A \cap C = B \cap C$ et $A \cup C = B \cup C$.
Montrer que $A = B$.

Exercice 5

Déterminer toutes les partitions de l'ensemble $[|1; 4|]$.

Exercice 6

Soit E un ensemble. Soient A, B et C trois sous-ensembles de E.
Déterminer les ensembles suivants.

1. $(A \cap B) \cap (A \cap C)$
2. $\overline{A \cup (B \cap C)}$
3. $(A \cap \overline{B}) \cup B$
4. $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$
5. $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$
6. $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$

Exercice 7

Soit $E = \{a, b\}$.

1. Déterminer l'ensemble des parties de E.
2. A quels ensembles appartiennent les éléments suivants ? (a, b), $\{a\}$, $(a, \{b\})$, $\{a, b\}$, $(\{a\}, \{b\})$, $\{\{a\}, \{b\}\}$.

Exercice 8

Soient E un ensemble et $A, B \in P(E)$. On appelle différence symétrique de A et B et on note $A\Delta B$ l'ensemble suivant : $A\Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$.

1. Que vaut $A\Delta A$?
2. Que vaut $A\Delta\varnothing$?
3. Représenter sur un dessin $A\Delta B$.
4. Montrer que $A\Delta B = (A \cup B) \backslash (A \cap B)$.

Exercice 9

On appelle **expérience aléatoire** toute expérience dont le résultat dépend uniquement du hasard. L'ensemble des résultats de l'expérience est appelé **univers** (ou univers des possibles), on le note généralement Ω. Donner un univers possible pour les expériences suivantes :

1. Lancer d'un dé.
2. Lancer d'une pièce de monnaie.
3. Deux lancers successifs d'une pièce de monnaie.
4. Deux lancers successifs d'un même dé et on s'intéresse à la somme des deux dés.
5. Tirages successifs et sans remise de deux jetons dans une urne contenant cinq jetons numérotés de 1 à 5.