.

❋ Exercice 1
Développer $(1+x)^7$ et $(1-x)^4$ pour $x \in \mathbb{R}$.

❋ Exercice 2
Calculer les sommes suivantes

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k}$.
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{k+1} (1-x)^{n-k}$
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k$
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 3^n$
5. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k$
6. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}$
7. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} x^{k-1}$, où $x \in \mathbb{R}$.
8. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n+1} \binom{n}{k-1} x^k$, où $x \in \mathbb{R}$.

❋ Exercice 3
Soient $(n,k,p) \in \mathbb{N}^3$ tels que $k \leqslant p \leqslant n$.

1. Montrer que
$$\binom{n}{k}\binom{n-k}{p-k} = \binom{n}{p}\binom{p}{k}$$
2. En déduire la valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{p} \binom{n}{k}\binom{n-k}{p-k}$.

❋ Exercice 4
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1+x)^n$ où $n \in \mathbb{N}^*$.

1. A l'aide de la formule du binôme, déterminer une autre expression de f.
2. En dérivant f de deux manières différentes, montrer que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$.

❋ Exercice 5

On tire simultanément trois cartes d'un jeu de 32 cartes.

1. Quel est le cardinal de l'univers ?
2. Quel est le nombre de tirages donnant :
   (a) que des rois ? aucun roi ?
   (b) au moins un roi ?
   (c) exactement un roi ?
   (d) au plus un roi ?

❋ Exercice 6

On tire simultanément cinq cartes dans un jeu de 32 cartes. Quel est le nombre de tirages possibles. Quel est le nombre de tirages donnant :

1. exactement 2 trèfles et 3 piques ?
2. exactement 3 cartes de la même hauteur ?
3. exactement 1 roi et 2 dames ?
4. au moins 2 carreaux ?
5. exactement 2 rois et 2 coeurs ?
6. 2 trèfles ou 3 carreaux ?