Exercice 1

Dans une fabrication en série, chaque article a 8 pour cent de chance d'être défectueux. Un contrôle porte sur 40 articles. Soit X la variable aléatoire égale au nombres d'articles défectueux sur les 40 articles contrôlés.

1. Donner la loi de X, son espérance et sa variance.
2. Quelle est la probabilité qu'il y ait 4 articles défectueux ? qu'il y ait au maximum 2 articles défectueux ?

Exercice 2

A et B sont 2 avions ayant respectivement 4 et 2 moteurs. Chaque moteur a la probabilité p de tomber en panne $(0 < p < 1)$ et les moteurs sont indépendants les uns des autres. Soient X et Y les variables aléatoires égales au nombre de moteurs en panne de A et de B.

1. Donner les lois de X et de Y.
2. Chaque avion arrive à destination si il lui reste au moins la moitié de ses moteurs..
   (a) Calculer la probabilité p_1 d'arriver à destination avec l'avion A , puis p_2 la probabilité d'arriver à destination avec l'avion B .
   (b) Quel avion choisissez-vous ?

Exercice 3

Un restaurant propose 3 menus différents A,B et C et on suppose que chaque client choisit au hasard l'un quelconque des 3 menus, les choix des clients étant indépendants les uns des autres. Un jour donné, n clients se présentent et on note X (respectivement Y,Z) le nombre aléatoire de clients choisissant le menu A (respectivement B, C).

1. Quelle est la loi de X (respectivement Y,Z) ?
2. Donner l'espérance et la variance de X.
3. Quelle est la loi de $X + Y$? Donner sa variance.
4. Que peut-on dire de $X + Y + Z$?

Exercice 4

On considère 2 réels p avec $0 < p < 1$ et X une variable aléatoire suivant la loi de Bernoulli de
paramètre p. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire e^X.

Exercice 5

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$ et X suivant une loi binomiale de paramètres n et p. Déterminer l'espérance de $Y = 2^X$.

Exercice 6

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$. Un compteur est censé afficher le résultat de X mais celui-ci ne fonctionne pas correctement : si X n'est pas nul, le compteur affiche bien la valeur de X mais si X est nul, il affiche au hasard une valeur entre 1 et n. On note Y la variable aléatoire égale au nombre affiché par le compteur.

1. Déterminer la loi de Y.
2. Justifier sans calcul que $E(X) \leqslant E(Y)$ et vérifier cela par le calcul.

Exercice 7

On effectue des tirages avec remise dans une urne contenant une boule blanche et une boule noire. On s'arrête lorsqu'on tire une boule noire. On note X le rang d'obtention de la boule noire.

1. Donner la loi de X.
2. A présent, si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne avec une autre boule blanche. Donner la loi de X.

Exercice 8

Un geek tente de finir le dernier level d'un jeu vidéo. Pour chaque tentative, il a une chance sur 4 de réussir ce level. Il répète alors des tentatives (que l'on suppose indépendantes) jusqu'à temps de réussir le level. On note X la variable aléatoire donnant le numéro de sa dernière tentative (correspondant à la réussite du level). Donner la loi de X, son espérance et sa variance.

Exercice 9

Un candidat passe chaque année trois concours indépendants sachant qu'il a une chance sur 3 de réussir chacun de ces concours. Déterminer la loi du nombre d'années X nécessaires à l'intégration d'une école.

Exercice 10

Une joueur lance 2 dés équilibrés . Il gagne s'il obtient au mois un 6. Soit X le nombre de lancers pour qu'il gagne. Déterminer la loi de X, son espérance et sa variance. Trouver k tel que la probabilité que X soit inférieur ou égale k soit inférieure ou égale à 0,2.

Exercice 11

Un péage comporte 10 guichets numérotés de 1 à 10. Le nombre de voitures N, arrivant au péage en une heure, suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. On suppose de plus que les conducteurs choisissent leur file au hasard et indépendamment des autres.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de voitures se présentant au guichet numéro 1.

1. Déterminer le nombre moyen de voitures arrivant au péage en une heure.
2. Quelle est la probabilité qu'une voiture donnée se présente au guichet numéro 1 ?
3. Calculer $P_{(N=n)}(X = k)$ pour tout $(k, n) \in \mathbb{N}^2$.
4. Justifier que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P(X = k) = \sum_{n=k}^{+\infty} P_{[N=n]}(X = k)P(N = n)$.
5. En déduire la loi de probabilité de X (on reconnaîtra une loi usuelle).
6. Donner les valeurs de $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 12

Le nombre d'exemplaires du journal "Envie de Cours d'Eco" demandés chaque jour au kiosque Damier est une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre 8. La recette de chaque vente est de 1 euro.

1. Quelle est la recette moyenne ?
2. On suppose maintenant que le stock quotidien est de 10 numéros. Quelle est la probabilité que le gérant, M. Sanlivo, ne puisse satisfaire toutes les demandes ?

Exercice 13

Soient $\lambda > 0$ et X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ. On pose $Y = e^{-X}$. Montrer que Y admet une espérance et la calculer.