

1 Exercices

Exercice 1 : Donner une primitive pour chacune des fonctions usuelles suivantes.

- | | | |
|--|------------------------------------|-----------------------|
| 1. $x \mapsto x^n$ (où $n \in \mathbb{N}$) | 3. $x \mapsto \frac{1}{x}$ | 5. $x \mapsto e^x$ |
| 2. $x \mapsto x^\alpha$ (où $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$) | 4. $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | 6. $x \mapsto \ln(x)$ |

Exercice 2 : Trouver une primitive des fonctions polynomiales suivantes.

- | | | |
|--------------------|----------------------------|------------------------------|
| 1. $x \mapsto 1$ | 3. $x \mapsto x - x^2 + 3$ | 5. $x \mapsto x^2(1 + 2x)$ |
| 2. $x \mapsto x^2$ | 4. $x \mapsto x(x + 1)$ | 6. $x \mapsto 2 + 3x - 4x^2$ |

Exercice 3 : Trouver une primitive des fonctions suivantes en reconnaissant la forme $u'u^\alpha$.

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$ | 3. $x \mapsto -(1 - x)^3$ | 5. $x \mapsto \frac{1}{x}(\ln(x))^3$ |
| 2. $x \mapsto 2(2x + 1)^2$ | 4. $x \mapsto e^x(1 + e^x)^4$ | 6. $x \mapsto 2x(1 + x^2)^6$ |

Exercice 4 : Trouver une primitive des fonctions suivantes en reconnaissant la forme $u'u^\alpha$ à une constante multiplicative près.

- | | | |
|---------------------------|---|---|
| 1. $x \mapsto (1 - 2x)^4$ | 3. $x \mapsto (1 - 5x)^2$ | 5. $x \mapsto e^{2x}(1 - e^{2x})^3$ |
| 2. $x \mapsto (1 - x)^n$ | 4. $x \mapsto \frac{1}{x^2}(1 + \frac{1}{x})$ | 6. $x \mapsto \frac{1}{x}(1 - 2\ln(x))^5$ |

Exercice 5 : Trouver une primitive des fonctions suivantes en reconnaissant la forme $u'e^u$.

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $x \mapsto \frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ | 3. $x \mapsto 6x^2e^{2x^3}$ | 5. $x \mapsto \frac{2}{x}e^{1+2\ln(x)}$ |
| 2. $x \mapsto 2xe^{x^2}$ | 4. $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$ | 6. $x \mapsto (2x + 1)e^{x^2+x}$ |

Exercice 6 : Trouver une primitive des fonctions suivantes en reconnaissant la forme $u'e^u$ à une constante multiplicative près.

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1. $x \mapsto e^{2x}$ | 3. $x \mapsto e^{x+3}$ | 5. $x \mapsto e^{-4x+5}$ |
| 2. $x \mapsto e^{-x}$ | 4. $x \mapsto e^{-nx}$ | 6. $x \mapsto e^{3x+4}$ |

Exercice 7 : Trouver une primitive des fonctions suivantes en reconnaissant la forme $\frac{u'}{u}$.

1. $x \mapsto \frac{e^x}{e^x+1}$

3. $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$

5. $x \mapsto \frac{e^{2x}}{e^{2x}+2}$

2. $x \mapsto \frac{2x}{x^2+5}$

4. $x \mapsto \frac{2x+3}{x^2+3x+4}$

6. $x \mapsto \frac{x^{n-1}}{x^n+1}$

2 Réponses courtes

Réponses de l'exercice 1 :

1. $x \mapsto \frac{x^{n+1}}{n+1}$

3. $x \mapsto \ln(x)$

5. $x \mapsto e^x$

2. $x \mapsto \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$

4. $x \mapsto \sqrt{x}$

6. $x \mapsto x \ln(x) - x$

Réponses de l'exercice 2 :

1. $x \mapsto x$

3. $x \mapsto \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 3x$

5. $x \mapsto \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{2}$

2. $x \mapsto \frac{x^3}{3}$

4. $x \mapsto \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$

6. $x \mapsto 2x + 3\frac{x^2}{2} - 4\frac{x^3}{3}$

Réponses de l'exercice 3 :

1. $x \mapsto \frac{(\ln(x))^2}{2}$

3. $x \mapsto \frac{(1-x)^4}{4}$

5. $x \mapsto \frac{(\ln(x))^4}{4}$

2. $x \mapsto \frac{(2x+1)^3}{3}$

4. $x \mapsto \frac{(1+e^x)^5}{5}$

6. $x \mapsto \frac{(1+x^2)^7}{7}$

Réponses de l'exercice 4 :

1. $x \mapsto -\frac{(1-2x)^5}{10}$

3. $x \mapsto -\frac{(1-5x)^3}{15}$

5. $x \mapsto -\frac{(1-e^{2x})^4}{8}$

2. $x \mapsto -\frac{(1-x)^{n+1}}{n+1}$

4. $x \mapsto -\frac{(1+\frac{1}{x})^2}{2}$

6. $x \mapsto -\frac{(1-2\ln(x))^6}{12}$

Réponses de l'exercice 5 :

1. $x \mapsto e^{\frac{1}{x}}$

3. $x \mapsto e^{2x^3}$

5. $x \mapsto e^{1+2\ln(x)}$

2. $x \mapsto e^{x^2}$

4. $x \mapsto e^{\sqrt{x}}$

6. $x \mapsto e^{x^2+x}$

Réponses de l'exercice 6 :

1. $x \mapsto \frac{1}{2}e^{2x}$

3. $x \mapsto e^{x+3}$

5. $x \mapsto -\frac{1}{4}e^{-4x+5}$

2. $x \mapsto -e^{-x}$

4. $x \mapsto -\frac{1}{n}e^{-nx}$

6. $x \mapsto \frac{1}{3}e^{3x+4}$

Réponses de l'exercice 7 :

1. $x \mapsto \ln(e^x + 1)$

3. $x \mapsto \ln(|\ln(x)|)$

5. $x \mapsto \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 2)$

2. $x \mapsto \ln(x^2 + 5)$

4. $x \mapsto \ln(x^2 + 3x + 4)$

6. $x \mapsto \frac{1}{n} \ln(|x^n + 1|)$