

Calculs

Exercice 1

1. Développer les expressions suivantes

$$A = (-5 - 2x)^2 + (3x - 9)^2, B = (x - 1)(5x + 1) + (4 - x)^2, C = (x - 2)^3.$$

2. Factoriser les expressions suivantes

$$A = (2x + 1)^2 - 2(4x^2 - 1) \quad B = 16 - x^2 - 2(x - 4)^2 \quad C = (2x - 1)^3 - (2x - 1)$$

Exercice 2

1. Simplifier
- $\frac{36}{20}, \frac{24}{320}, \frac{280}{49}$
- .

2. Réduire les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{7} + \frac{2}{3}, B = \frac{5}{6} + \frac{13}{22}, C = \frac{18}{35} \times \frac{14}{45}, D = \frac{-5}{2} \times \frac{-2}{9}, E = \frac{\frac{14}{11}}{\frac{21}{4}},$$

$$F = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{7}}, G = \frac{9}{\frac{3}{7}}$$

3. (a) Réduire les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{x-7} + \frac{3}{2x+6}, B = \frac{5}{(x+1)(x-2)} + 3,$$

$$C = \frac{2x-3}{x-4} + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{(x-1)(x-2)}, D = \frac{3(x+2)}{x^2} \times \frac{\frac{x(x+1)}{2(x+3)}}{\frac{2x+2}{x}}.$$

- (b) Pour quelles valeurs de
- x
- l'expression
- A
- a-t-elle un sens ?

Exercice 3

1. Factoriser les expressions suivantes (
- n
- est un entier naturel) :

$$A = 9^{n+1} - 9^{n+2} - 3 \times 3^{2n}, B = \frac{2}{4^n} - 5 \times 2^{-2n-1} + 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}, C = 3^{2n}(-1)^n - (-9)^n.$$

2. Soient
- $x, y \in \mathbb{R}^*$
- . Réduire les expressions suivantes :

$$A = x^{-1} \times \frac{x^9}{x^5}, B = \frac{x^6}{(x^{-2})^3}, C = \frac{x^{-3}y^2}{(xy^{-1})^4}.$$

Exercice 4

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A = 4\sqrt{24} - 5\sqrt{96} + 4\sqrt{54}$

2. $B = \left(\sqrt{7-2\sqrt{6}} + \sqrt{7+2\sqrt{6}}\right)^2$

3. $C = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$

4. $D = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes après avoir déterminé les ensembles sur lesquels elles sont bien définies :

1. $(x+1)(-x+5) = 2(x+1)(3x+1)$.

4. $(x+1)^2(x^2+x+1) = 0$.

2. $\frac{3}{7}x - \frac{1}{15} = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{35}$.

5. $(x^2 - 3x + 4)^2 = (x^2 + 2x - 5)^2$.

3. $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x-3} = -\frac{8}{(x+1)(x-3)}$.

6. $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$.

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes après avoir déterminé les ensembles sur lesquels elles sont bien définies :

1. $(-x+5)(x^2-3x-4) < 0$.

4. $-3x - 6 \leq x + 2$.

2. $\frac{4x-1}{3x+5} \geq 0$.

5. $\frac{1}{x-1} \leq \frac{3}{x+3}$.

3. $x - \frac{2}{x} > 1$.

6. $(-x+2)(3x-1) \geq (2x+5)(6x-2)$.

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 10x^2 + 4x - 2.$$

1. Calculer $f(0)$.

2. Donner la forme factorisée de f puis résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 8

Pour tout réel m , on considère l'équation suivante :

$$m^2x - 2m = 9x - 6$$

Par exemple, pour $m = 1$, l'équation est $x - 2 = 9x - 6$.

Résoudre cette équation suivant les valeurs du paramètre m .

Exercice 9

Pour tout réel m , on considère l'équation suivante :

$$x^2 - mx + 1 = 0$$

Résoudre cette équation suivant les valeurs du paramètre m .