

Calculs et fonctions

Exercice 1

Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \sqrt{4x+3}$.

3. $h(x) = \ln(2x^2 - 5x + 3)$.

2. $g(x) = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x^2-1}$.

4. $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2-5x+3}$.

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes, après avoir donné les ensembles sur lesquels elles sont définies :

1. $e^x = e^{3x-1}$

4. $e^x + 6e^{-x} = 0$.

2. $e^{3x+6} = 4$.

5. $\ln(x) + 2 = 0$.

3. $e^{x^2-1} = 1$.

6. $\ln(x) - \ln(x-1) = 1$.

Exercice 3

Résoudre les inéquations suivantes , après avoir donné les ensembles sur lesquels elles sont définies :

1. $1 + 2\ln(x) > 0$.

4. $e^x - 2e^{-x} < 0$.

2. $\ln(x)^2 < 4$.

5. $x^{4/3} \geq 4$.

3. $x^{3/2} \leq 2$.

6. $\frac{e^x - 2}{e^{-x}(-e^x + 3)} > 0$.

Exercice 4

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A = \frac{2^{1/2} \times 4^2}{8^{1/6}}$.

2. $B = \frac{x^{\ln(x)}}{e^{\ln(x)^2}}$ (pour $x > 0$).

Exercice 5

Exprimer sans le symbole valeur absolue, selon les valeurs de x , les expressions suivantes :

$$A = |x+1| \quad B = |1-2x| \quad C = 3|2x+5| + |x+2|$$

Exercice 6

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|2x + 3| = 1$

3. $|4x - 3| > 2$.

5. $\lfloor x - 3 \rfloor = 2$.

2. $|-x + 4| = 7$.

4. $|4x + 2| \leq 1$.

6. $\lfloor 5x + 6 \rfloor > 4$.

Exercice 7

Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4|5x - 2| - |4 - x|$$

1. (a) Donner, pour tout $x \in \mathbb{R}$, une expression de $f(x)$ sans valeur absolue.
(b) Tracer la courbe représentative de f .
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$?

Exercice 8

1. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 3}$

(a) Déterminer le domaine de définition de g .

(b) Déterminer deux réels a et b tels que pour tout $x \in D_g$, $g(x) = 1 + \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x-1}$.

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x - 6}{e^{2x} - 4e^x + 3}$

(a) Déterminer le domaine de définition de f

(b) Résoudre les inéquations suivantes :

$$e^{2x} + e^x - 6 \leq 0, \quad e^{2x} - 4e^x + 3 \geq 0$$

En déduire le signe de f .