

## GRAPHES DES FONCTIONS D'UNE VARIABLE

### I Les fonctions `plot2d` et `fplot2d`

#### I.1 Rappels : `linspace` et `a:step:b`

Pour créer un tableau nous pouvons utiliser les commandes suivantes

1. `linspace(a,b,n)`.
2. `x=a:step:b`

##### Exercice 1.

Utiliser la commande `help linspace` pour comprendre ce que fait cette commande.

##### Exercice 2.

Taper les commandes `x1=0:1:10`, `x2=0:0.1:2` et `x3=0:0.7:2`.

Que sont les trois paramètres `a:step:b`?

Pourquoi dans le dernier exemple, le nombre 2 n'appartient pas au vecteur `x3`?

**Remarque :** Une apostrophe `x'` permet d'obtenir la transposée d'une matrice et donc de passer d'une matrice ligne à une matrice colonne.

##### Exercice 3.

Écrire `[0:0.2:1]'`

### I.2 La fonction `plot2d`

Recopier et tester les exemples suivants.

Pour tracer la fonction  $t \mapsto t^2$

```
x=linspace(-1,1,500)';  
plot2d(x,x.^2)
```

L'opération est effectuée sur chacun des termes d'une matrice ligne, pour cela qu'on utilise l'opération `.` et non pas `^` qui est la multiplication de deux matrices

Si on veut tracer plusieurs fonctions en même temps :

```
x=linspace(-1,1,500)';  
plot2d(x,exp(x))  
plot2d(x,x+1)
```

Ou mieux

```
x=linspace(-1,1,500)';  
plot2d(x,[exp(x),x+1])
```

**Attention :** L'apostrophe après la définition de `x` est importante, surtout dans le dernier exemple<sup>1</sup>



### I.3 Présentation

#### I.3.a Cadrage : `rect=[xmin,ymin,xmax,ymax]`

L'option `rect=[xmin,ymin,xmax,ymax]` permet de fixer les bornes pour le tracer (et non pas le calcul).

```
clf  
x=[0.001:0.001:2]';  
plot2d(x,x.^(-1),rect=[0,0,2,2],frameflag=3)  
frameflag=3 permet d'obtenir un repère orthonormé.
```

#### I.3.b Mise en couleur

On peut préciser la couleur

```
x=linspace(0,2,1000)';  
plot2d(x,[x,x.^2,x.^3,sqrt(x)],[color("blue"),color("red"),color("b
```

1. En effet, on définit une matrice colonne, et pour tracer plusieurs graphes simultanément, il nous faut une matrice ligne.

## I.4 La fonction `fplot2d`

Cette fonction est un peu différente de la précédente, elle sert à tracer une fonction qui a déjà été définie auparavant :

**Exemple :**

```
clf
```

```
function y=f(x)
y=x^3-x
endfunction
```

```
x=linspace(-1,1,400)
```

```
fplot2d(x,f,color("red"),rect=[-1,-1,1,1],frameflag=3)
```

**Attention :** La fonction est une fonction d'une variable réelle c'est pourquoi les opérations ne sont pas pointées.

**Exercice 4.**

Transformer les exemples précédents en utilisant cette commande.

## II Exercices : développements limités

Recopier le programme suivant

```
clf;
x=[-0.9:0.001:0.9]';
plot2d(x,[log(1+x),x,x-(x.^2)/2],[color("red"),color("purple"),color("pink")],rect=[-0.5,-0.5,0.5,0.5])
```

Quelles sont les trois fonctions tracées?

**Exercice 5.**

Pour chacune des fonctions suivantes tracer la fonction, ses développements limités à l'ordre 1 et à l'ordre 2 au voisinage de 0. On utilisera de préférence

`fplot2d`.

1.  $x \mapsto \sqrt{1+x}$
2.  $x \mapsto e^x$
3.  $x \mapsto \frac{1}{1+x}$
4.  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

## III Un problème

Ces questions sont adaptées du sujet HEC 2015.

Soit  $\lambda > 0$  et  $F$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles telle que :

$$F(x) = \exp(-e^{-\lambda x})$$

1. Justifier que  $F$  est de classe  $C^\infty$  sur  $\mathbb{R}$  et montrer que  $F$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur l'intervalle  $]0, 1[$ .
2. En déduire que  $F$  est la fonction de répartition d'une variable aléatoire  $T$  admettant une densité  $f_T$  continue sur  $\mathbb{R}$  que l'on déterminera ; on dit que  $T$  suit la loi de Gumbel de paramètre  $\lambda$ .
3. On suppose dans cette question que  $\lambda = 1$ .

(a) Expliciter la bijection réciproque  $G$  de la fonction  $F$ .

(b) On considère le programme *Scilab* suivant :

```
x=linspace(-2,2,400); y=(exp(-exp(-x))); plot(x,y), plot(y
```

- i. Le réel 0 fait-il partie des nombres renvoyés par la commande `x=linspace(-2,2,400)` ?
- ii. Avant d'écrire ce programme devinez quel sera le résultat de l'exécution de ce programme ?
- iii. Écrire ce programme.

**Exercice 6.** (a) Trouver l'asymptote à la courbe au  $x \mapsto x\sqrt{1+\frac{1}{x}}$ . Peut-on trouver la position de la courbe par rapport à l'asymptote ?

(b) Tracer la courbe et l'asymptote en utilisant *scilab*.

## IV Bonus

**Exercice 7.**

Soit  $f$  la fonction  $x \mapsto \frac{\sqrt{1-x}}{1+x}$

- (a) À l'aide d'un DL trouver la tangente à la courbe en 0. Etudier la position relative de la courbe et de la tangente.
- (b) À l'aide de *Scilab* tracer la tangente et la courbe.

**Exercice 8.**

Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose

$$\begin{aligned} f_n : ]0; +\infty[ &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x \exp\left(-\frac{n}{x}\right) \end{aligned}$$

On note  $\mathcal{C}_n$  la courbe représentative de  $f$ .

- (a) Donner le développement limité de  $e^u$ , en 0 à l'ordre 2.
- (b) En déduire une expression du type

$$f_n(x) = \alpha_n x + \beta_n + \frac{\gamma_n}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$$

quand  $x$  tend vers  $+\infty$

- (c) Trouver l'asymptote à la courbe, au voisinage de  $+\infty$ . Ainsi que la position de la courbe par rapport à l'asymptote
- (d) Tracer, sur un même graphe scilab, les courbes pour  $n \in \llbracket 1, 10 \rrbracket$ .