

FONCTIONS SUM ET CUMSUM.

I Exemples

La fonction `sum` permet de faire la somme de tous les éléments d'un tableau. La fonction `cumsum` permet de faire la somme *cumulative* de tous les éléments d'un tableau.

Essayer les commandes suivantes

```
sum([1, 2, 3, 4])  
sum([1, 2, 3, 4; 5, 6, 7, 8])  
cumsum([1, 2, 3, 4])
```

Exercice 1.

On prend un tableau $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ `cumsum` calcule alors un tableau $[y_1, y_2, \dots, y_n]$. Quelle est la taille du tableau renvoyé? Compléter la formule suivante

$$\forall n \in ? \quad y_i = \sum x?$$

II Utilisation en probabilité

Exercice 2.

En utilisant `grand` simuler 1000 fois une variable aléatoire suivant la loi exponentielle de paramètre 0.5. Puis utiliser `sum` pour calculer la moyenne des résultats obtenus.

Exercice 3.

Recopier le programme suivant.

```
Y=grand(100, 1, "unf", 0, 1)  
Z=cumsum(Y)  
T=[1:100]'  
plot(Z./ T)
```

Que fait il? Vers quelle valeur tend le graphique? Est ce normal?

Exercice 4.

Un joueur lance un dé. Si il obtient 1, 2, 3 il perd 1 euro, si il obtient 4 il ne perd ni gagne rien et si il obtient 5 ou 6 il gagne 2 euros.

Il répète cette expérience un grand nombre de fois.

1. Écrire une fonction `function g=gain(n)` qui pour un résultat du dé renvoie le gain
2. Compléter le programme suivant pour qu'il simule le lancer de 1000 dés et les gains associés à chacun des lancers.

```
X=grand(..., ..., '...', ..., ...);  
Y=feval(X, gain)
```
3. On s'intéresse aux gains cumulés du joueurs, C'est à dire à chaque tour combien il a gagné ou perdu depuis le début du jeu. Avec les fonctions, `plot` et `cumsum` afficher le graphe des gains cumulés.
4. Acceptez vous de jouer à ce jeu?

Exercice 5.

Deux joueurs *A* et *B* lancent un dé. Celui qui obtient le plus grand nombre gagne. Si les deux nombres sont identiques c'est *A* qui gagne.

1. **Question préliminaire.**
Que fait la commande `[1, 2, 3] >= [3, 2, 0]`? Que signifient `T` et `F`?
2. **Question préliminaire.**
Que fait la commande `sum([1, 2, 3] >= [3, 2, 0])`? (On pourra modifier les tableaux). Quelle est la valeur associée à `T` et à `F`?
3. En utilisant la fonction `grand` créer deux tableaux *X* et *Y* qui représentent respectivement les résultats de 1000 lancers effectués par le joueur *A* et autant de lancers effectués par le joueur *B*.

- En utilisant les questions préliminaires et la fonction `sum` calculer la probabilité que le joueur 1 gagne.

III Utilisation pour des suites

Exercice 6.

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

$$u_1 = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{e^{-u_n}}{n+1}$$

- Compléter le programme suivant pour qu'il calcule et qu'il affiche les 100 premières valeurs de la suite (u_n)

```
U = zeros (1 , 100)
U(1) = 1
for n = .....:.....
    U(n+1) =.....
end
plot (U, "+")
```

- Que peut t'on supposer sur la limite de la suite (u_n) ?
On s'intéresse à la convergence des séries

$$\sum_{n \geq 1} u_n \quad \sum_{n \geq 1} \frac{u_n}{n}$$

- On remplace la dernière ligne du programme précédent par :

```
S1=cumsum(U)
plot (S1, "+")
```

Que se passe-t il? La série de terme général u_n converge-t elle?

- Étudier empiriquement la convergence de la deuxième série.