

RÉSULTATS POUR LES CALCULS DE DL.

Calculs de développements limités

Exercice 3.

Avec la formule de Taylor Young calculer les développements limités suivants, en 0 à l'ordre 2.

- $e^{-2x} =_0 1 - 2x + 2x^2 + o(x^2)$
- $\sqrt{3+x} =_0 \sqrt{3} + \frac{x}{2\sqrt{3}} + o(x^2)$
- $x \ln(2+x) =_0 x \ln 2 + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
- $(1+x)^x =_0 1 + x^2 + o(x^2)$

Exercice 4.

Sans utiliser la formule de Taylor Young calculez les développements limités suivants, en 0 à l'ordre 2

- $\ln(1+2x) - x =_0 x - 2x^2 + o(x^2)$
- $\frac{\ln(1+x)}{e^x} =_0 x - \frac{3}{2}x^2 + o(x^2)$
- $e^x \ln(1-x) =_0 -x - \frac{3}{2}x^2 + o(x^2)$
- $\ln(2+x) =_0 \ln(2) + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + o(x^2)$
- $\sqrt{3+x} =_0 \sqrt{3} + \frac{x}{2\sqrt{3}} + o(x^2)$
- $\frac{\ln(1+x^2)}{(1+x)^2} =_0 x^2 + o(x^2)$
- $\exp(\sqrt{1+x}) =_0 e + e\frac{x}{2} + o(x^2)$

$$8. \sqrt{1+\ln(1+x)} =_0 1 + \frac{x}{2} - \frac{3x^2}{8} + o(x^2)$$

$$9. e^x - \frac{1}{1+x} =_0 2x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

Exercice 5 (Un peu plus dur).

Sans utiliser la formule de Taylor Young calculez les développements limités suivants, en 0 à l'ordre 2

- $\frac{\sqrt{1+x}}{1+e^x} =_0 \frac{1}{2} - \frac{3}{16}x^2 + o(x^2)$
- $\ln(1+e^x) =_0 \ln 2 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} + o(x^2)$
- $\frac{1}{1+e^x} - \frac{1}{1+\ln(1+x)} =_0 -\frac{1}{2} + \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}x^2 + o(x^2)$
- $\frac{e^x}{\sqrt{1+xe^x}} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$
- $(1+e^x)^a =_0 2^a + 2^{a-1}ax + 2^{a-3}a(a+1)x^2 + o(x^2)$
- $\ln(1+e^{\sqrt{1+x}}) - \exp(x)\ln(1+x) =_0 \ln(1+e) - \frac{2+e}{2+2e}x + \left(-\frac{1}{2} - \frac{e^2}{8(1+e)^2}\right)x^2 + o(x^2)$

Exercice 6 (Perte d'ordre).

Essayez de calculer les DL des fonctions suivantes, à l'ordre 2 En 0. Que se passe t'il?

- $\frac{e^x - 1}{\ln(1+x)} =_0 1 + x + o(x)$
- $\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x} - e^x} =_0 -2 + \frac{7}{2}x + o(x)$
- $\frac{\ln(1+x)}{xe^x} =_0 1 - \frac{3}{2}x + o(x)$

Exercice 7 (Autre point que 0).

Calculer le développement limité des fonctions suivantes à l'ordre 2 au point indiqué

$$1. e^x =_1 e + e(x-1) + \frac{1}{2}e(x-1)^2 + o((x-1)^2)$$

$$2. \sqrt{1+x} =_1 \sqrt{2} + \frac{x-1}{2\sqrt{2}} - \frac{(x-1)^2}{16\sqrt{2}} + o((x-1)^2)$$

$$3. \ln x =_2 \ln(2) + \frac{x-2}{2} - \frac{1}{8}(x-2)^2 + o((x-2)^2)$$

$$4. \sqrt{1+e^x} =_2 \sqrt{1+e^2} + \frac{e^2(x-2)}{2\sqrt{1+e^2}} + \frac{e^2(2+e^2)(x-2)^2}{2(1+e^2)^{3/2}} + o((x-2)^2)$$

$$5. \frac{1}{x} =_1 -(x-1) + (x-1)^2 + o((x-1)^2)$$