Devoir Maison n° 2

À rendre le 25/09/23

Soit N un entier naturel supérieur ou égal à 2 .

Une urne contient une boule blanche, une boule verte et $N-2$ boules rouges. Ces boules sont indiscernables au toucher.

On tire successivement les N boules sans remettre les boules tirées dans l'urne.

On note X_1 la variable aléatoire égale au rang du tirage de la boule blanche et X_2 la variable aléatoire égale au rang du tirage de la boule verte.

1. Soient i et j deux entiers compris entre 1 et N .
   Calculer la probabilité P_{ij} pour que $X_1 = i$ et $X_2 = j$. (On distinguera le cas $i = j$ et le cas $i \neq j$) .
2. Déterminer les lois des variables aléatoires X_1 et X_2.
   Est-ce que les variables aléatoires X_1 et X_2 sont indépendantes ?
   Calculer les espérances et variances des variables aléatoires X_1 et X_2.
3. On note X la variable aléatoire égale au rang du tirage où l'on obtient pour la première fois soit la boule blanche soit la boule verte. On note Y la variable aléatoire égale au rang du tirage à partir duquel on a obtenu la boule blanche et la boule verte.
   Par exemple, si on a tiré rouge, rouge, verte, rouge, blanche, alors $X_1 = 5$ et $X_2 = 3$ et $X = 3$ et $Y = 5$
   Déterminer les lois des variables aléatoires X et Y.
   Calculer les espérances des variables aléatoires X et Y. **Remarque :** en fait $X = \min(X_1, X_2)$ et $Y = \max(X_1, X_2)$

Devoir Maison n° 2

À rendre le 20/09/23

Soit N un entier naturel supérieur ou égal à 2 .

Une urne contient une boule blanche, une boule verte et $N-2$ boules rouges. Ces boules sont indiscernables au toucher.

On tire successivement les N boules sans remettre les boules tirées dans l'urne.

On note X_1 la variable aléatoire égale au rang du tirage de la boule blanche et X_2 la variable aléatoire égale au rang du tirage de la boule verte.

1. Soient i et j deux entiers compris entre 1 et N .
   Calculer la probabilité P_{ij} pour que $X_1 = i$ et $X_2 = j$. (On distinguera le cas $i = j$ et le cas $i \neq j$) .
2. Déterminer les lois des variables aléatoires X_1 et X_2.
   Est-ce que les variables aléatoires X_1 et X_2 sont indépendantes ?
   Calculer les espérances et variances des variables aléatoires X_1 et X_2.
3. On note X la variable aléatoire égale au rang du tirage où l'on obtient pour la première fois soit la boule blanche soit la boule verte. On note Y la variable aléatoire égale au rang du tirage à partir duquel on a obtenu la boule blanche et la boule verte.
   Par exemple, si on a tiré rouge, rouge, verte, rouge, blanche, alors $X_1 = 5$ et $X_2 = 3$ et $X = 3$ et $Y = 5$
   Déterminer les lois des variables aléatoires X et Y.
   Calculer les espérances des variables aléatoires X et Y. **Remarque :** en fait $X = \min(X_1, X_2)$ et $Y = \max(X_1, X_2)$