Progression ECG

Mathématiques Appliquées 1ère année

Semestre 1

1. Rappels de Terminale
2. Récurrences, sommes et produits \*
3. Logique et ensembles \*
4. Applications et polynômes \*
5. Fonctions usuelles et représentation graphique \*
6. Systèmes linéaires \*
7. Suites récurrentes\*
8. Matrices \*
9. Suites et limites \*
10. Théorie des graphes \*
11. Limites de fonctions \*
12. Statistiques univariées \*
13. Sommes doubles et dénombrement \*
14. Continuité \*
15. Probabilité sur un univers fini \*
16. Probabilité conditionnelle et indépendance \*

Informatique S1\*

Semestre 2

1. L'espace vectoriel \*
2. Dérivabilité \*
3. Applications linéaires et compléments sur les matrices \*
4. Équations différentielles linéaire d’ordre 1 et 2 \*
5. Séries numériques \*
6. Espaces probabilisés infini
7. Primitives \*
8. Intégration sur un segment \*
9. Variables aléatoires discrètes \*
10. Convexité et tracé de courbes \*
11. Lois discrètes usuelles \*

Informatique S2

Rappels de calculs

* Factorisation et développements
* Tableau de signe
* Fractions
* Manipulation des puissances
* Exponentielle et logarithme : propriétés algébriques
* Fonction carrée : solution de x^2=a
* Racine carrée
* Formules de dérivées des fonctions usuelles, et des produits, quotient etc.
* Ensemble de définition d'une fonction
* Trinôme du second degré, discriminant

1. Sommes, récurrences et produits

* Sommes : linéarité, indexation, sortie de terme,
* Télescopage
* Récurrence : principe, modèle de rédaction, exemples
* Somme des k
* Somme géométrique
* Somme des
* Produits : propriétés, télescopage
* Définition et expression sous forme de produit de n !

1. Logique et ensembles

* Il existe, pour tout
* Proposition, réciproque, contraposée, négation
* Condition nécessaire, suffisante
* Ensemble : descriptions
* Union, intersection : propriétés ; indexation générale
* Parties, complémentaire, A/B
* Produit cartésien
* Quelques types de raisonnements : contraposée, absurde, disjonction de cas, implications, double inclusion, équivalence

1. Applications et polynômes

* Définition d'une application
* Composition d'applications
* Cas des fonctions réelles : ensemble de définition
* Injection, surjection, bijection
* Application réciproque et méthode de calcul, réciproque d'une composée
* Définition d'un polynôme, degré et coefficient dominant, ensembles R[x], Rn[x]
* Racines et factorisation par (x-a)
* Exemple de division euclidienne
* Trinôme du second degré, factorisation
* Polynômes de Rn[x] possédant n+1 racines

1. Fonctions usuelles et représentation graphique

* Courbe d'une fonction
* Fonction monotone et strictement monotone
* Fonctions paires et impaires. Aspect graphique
* Position relative de deux courbes
* Théorème de la bijection (bref rappel)
* Fonction racine carrée
* Fonction valeur absolue : inégalités, distance, parité, inégalité triangulaire
* Partie entière : inégalités, courbe
* Exponentielle : propriétés algébriques, dérivée (composée), courbe
* Logarithme (réciproque) : propriété algébrique, dérivée, courbe
* Fonction puissance sur ]0,infini[, graphe, dérivée

1. Systèmes linéaires

* Définition d'un système linéaire à n équations et p inconnues
* Système homogène, système incompatible, système de Cramer
* Systèmes triangulaires, remontée
* Pivot de Gauss : trois exemples
* Description de l'ensemble des solutions
* Addition et multiplication externes sur Rn
* Stabilité des solutions d'un système homogène

1. Suites récurrentes

* Définition, formule explicite et définition par récurrence (d'ordre 1 ou 2)
* Suite arithmétique (preuve)
* Suite géométrique (preuve)
* Suite Arithmético-géométrique (méthode)
* *Suite récurrente linéaire d'ordre 2*
* Méthode de conjecture puis preuve par récurrence

1. Matrices

* Définition d'une matrice, cas des lignes et colonnes
* Matrices carrées, triangulaires, diagonales, scalaires
* Addition, multiplication externe
* Produit matriciel : définition, exemples, propriété (sauf commutativité)
* Matrice identité
* Matrices qui commutent : exemples
* Transposée
* Propriété de la transposée
* Matrices symétriques, stabilité par somme et multiplication externe
* Puissances de matrices
* Inverse : définition
* Caractérisation
* Méthode avec un polynôme annulateur
* Produit de matrices inversibles et formule d'inverse
* Écriture matricielle d'un système linéaire
* Unicité équivaut l'unicité de la solution AX=Y
* Méthode du Pivot pour le calcul de l'inverse
* Inverse et puissances d'une matrice diagonale
* Inversibilité des matrices 2x2 (preuve)

1. Suites et limites

* Représentation d’une suite
* Limite finie d'une de suite, notion de suite convergente, unicité de la limite
* Résultat sur les termes pairs et impairs
* Limites infinies
* Cas des polynômes
* Cas des suites géométriques
* Opérations sur les limites : linéarité, produit et quotient
* Limites usuelles : tableau
* Prolongement des inégalités à la limite
* Théorème de comparaison : minoration et majoration
* Théorème d'encadrement
* Suites majorées et minorées
* Suites monotones
* Théorème de la limite monotone
* Suites adjacentes
* Croissances comparées

1. Théorie des graphes

* Vocabulaire : arête, sommet, graphe complet, graphe simple, ordre, degré
* Formule d'Euler
* Graphe pondéré, graphe orienté
* Chaîne, graphe eulérien, graphe connexe
* CNS d’existence d’une chaîne ou d’un cycle eulérien d’un graphe connexe
* Longueur d'une chaîne, distance entre deux sommets, diamètre d’un graphe
* Matrice d'adjacence
* Théorème : Lien entre les puissances de la matrice d’adjacence et le nombre de chaînes de longueur donnée reliant deux sommets
* CNS de connexité
* Analyse d'un réseau social : degré de centralité et d’intermédiarité

1. Limites de fonctions

* Limite finie en un point ou une extrémité d’un intervalle
* Limite finie en l'infini
* Limite infinie en un point ou infini en l'infini
* Limite à gauche et limite à droite en un point
* Tableau des limites d'une somme, produit et quotient
* Opérations sur les limites
* Prolongement des inégalités à la limite
* Théorème de comparaison
* Théorème d'encadrement (ou des gendarmes)
* Limite d'une composée, limite de f(un)
* Croissances comparées

1. Statistiques univariées

* Vocabulaire : population, individu, échantillon, variable statistique
* Statistique descriptive et inférentielle
* Variable quantitative discrète, continue, variable qualitative
* Série statistique associée à un échantillon

Pour les discrètes :

* Effectif, fréquences, fréquences cumulées, fréquences cumulées croissantes
* Quartiles, écart interquartile
* Valeurs extrêmes, étendue
* Boîte à moustache
* Moyenne et médiane
* Variance et écart type, formule de Koenig
* Transformation affine : effet sur la moyenne, la médiane et la variance

1. Dénombrement

* Cardinal d'un ensemble fini
* Cardinal d'une union, union disjointe
* Cardinal d'un produit cartésien
* Cardinal de l’ensemble des parties d’un ensemble fini
* : nombre de partie à k éléments d'un ensemble à n éléments
* : comme nombre de chemins à k succès pour n succession d'épreuves de Bernoulli
* Propriétés de : symétrie, cas où k=0,1, n et n-1.
* Formule du triangle de Pascal
* Expression factorielle du coefficient binomial
* Sommes doubles : méthode pour permuter.

1. Continuité

* Fonctions à valeurs dans et intervalle image
* Fonctions majorées, minorées et bornées
* TLM pour les fonctions
* Continuité et prolongement par continuité
* Continuité sur une partie de R
* Continuité des fonctions usuelles sur leur ensemble de définition
* Conservation de la continuité par somme, produit, quotient et composition
* Théorème des valeurs intermédiaires
* Image d'un intervalle (et d'un segment) par une fonction continue
* Théorème de la bijection
* Continuité et sens de f-1
* Représentation graphique d'une bijection et de sa réciproque
* Méthode de la dichotomie en Python

1. Probabilité sur un univers fini

* Expérience aléatoire, univers, événements (Parties de l'univers)
* Opérations sur les événements, événement incompatibles, complémentaire
* Système complet d'événement
* Définition d'une probabilité
* Probabilité d'une union de 2 et de 3 événements
* Formule des probabilités totales (preuve)
* Fréquence et probabilité

1. Probabilité conditionnelle et indépendance

* Probabilité conditionnelle
* Formule des probabilités composées (preuve par récurrence)
* Formule des probabilités totales (preuve)
* Formule de Bayes
* Indépendance de deux événements, caractérisation avec la proba conditionnelle
* Indépendance mutuelle
* Indépendance des complémentaires

Informatique S1

* Variables, syntaxe, bibliothèques
* Boucle répétitive for : calculs de sommes, de termes de suites récurrentes
* Structure conditionnelle if else
* Boucle While
* Listes : calcul d’indicateurs statistiques, recherche de maximum, de second maximum
* Algorithme de la dichotomie pour la recherche de solution d’équation : f(x)=0
* Représentations graphiques de suites et de fonctions

FIN SEMESTRE 1

1. Espace vectoriel R\*\*n

* Définition, addition et multiplication externe
* Combinaison linéaire
* Base de R\*\*n, exemple de la base canonique
* Sous espace vectoriels de R\*\*n
* Sous espace engendré (Vect), famille génératrice
* Base d'un sev (unique décomposition)
* Toutes les bases sont de même cardinal
* Famille libre
* Cardinaux des familles génératrices, des familles libres
* Rang d'une famille libre
* Coordonnées d’un vecteur dans une base

1. Dérivabilité

* Dérivée en un point, dérivée à gauche et à droite
* Tangente à la courbe en un point dans le cas d’une fonction dérivable en ce point
* Demi-tangente verticale en un point
* SI f est dérivable en a alors f est continue en a
* Fonction dérivable sur I, fonction f'
* *Fonction de classe C1*
* Dérivées usuelles, formule de dérivation des fonctions composées
* Limites usuelles issues des taux d’accroissement de exp, ln et, (1+x)\*\*a
* Inégalité des accroissements finis
* Dérivée nulle sur I implique f constante, fonctions monotones et signe de f'
* Si la dérivée f’ est positive et ne s’annule qu’en un nombre fini de points sur un intervalle alors f est strictement croissante sur I
* Extremum local et global
* Point critique, un extremum sur un ouvert est un point critique

1. Applications linéaires et compléments sur les matrices

* Noyau d’une matrice, c’est un sous espace vectoriel
* Une matrice ayant ses colonnes liées n’est pas inversible
* Rang d’une matrice
* Le rang d’une matrice ne change pas par transposition
* Théorème du rang pour les matrices
* CNS d’Inversibilité des matrices carrées
* Applications linéaires de R\*\*n dans R\*\*p
* Noyau et image d'une application linéaire, ce sont des sous espaces vectoriels
* Caractérisation de l’injectivité à l’aide du noyau, de la surjectivité à l’aide de l’image
* Théorème du rang pour les applications linéaires
* Lorsque f est un endomorphisme de R\*\*n, si f est injective ou surjective alors f est bijective
* Matrice canoniquement associée
* Lien entre le produit matriciel et les applications linéaires

1. Équations différentielles

* Définition d’une équation différentielle, conditions initiales, équation homogène
* Solutions
* Équation du premier ordre
* Solutions des ED homogène du premier ordre à coefficients constants
* Structure des solutions
* Solution particulière des ED du premier ordre à coefficients constants
* Superposition des solutions
* Équation du second ordre
* Solutions des ED homogène du second ordre à coefficients constants
* Structure des solutions
* Solution particulière des ED du second ordre à coefficients constants
* Superposition des solutions
* Trajectoire, trajectoire d’équilibre, trajectoire convergente
* Unicité de la solution d’un problème de Cauchy

1. Séries

* Série de terme général un, sommes partielles
* Définition de la convergence, somme de la série
* CL de séries convergentes
* Une série convergente a un terme général de limite nulle
* Séries géométriques et ses dérivées
* Série exponentielle
* Convergence absolue

1. Probabilité univers infini

* Probabilité sur un univers infini, sigma-additivité
* Révision indépendance, formule des probabilités composée
* Formule des probabilité totales avec un sce infini

1. Primitives

* Primitive d’une fonction sur un intervalle
* Deux primitives sur un intervalle ne diffèrent que d’une constante
* Existence de primitive pour les fonctions continues sur un intervalle
* Primitives usuelles

1. Intégration sur un segment

* Intégrale d’une fonction continue et positive
* Propriétés géométriques de l’intégrale
* Théorème fondamental de l’analyse
* Définition de l’intégrale d’une fonction continue de signe quelconque à l’aide d’une primitive.
* Linéarité de l’intégrale
* Relation de Chasles
* Positivité et croissance de l’intégrale
* Fonction positive et continue d’intégrale nulle
* Intégrations par parties
* Changement de variable
* Inégalité triangulaire

1. Variables aléatoires, espérance.

* Définition d'une variable aléatoire, support d’une variable aléatoire
* Variable aléatoire discrète
* Système complet d’événement associée à une VA discrète
* Loi d’une variable aléatoire, caractérisation par les valeurs de P(X=k)
* Espérance d’une VA discrète, cas support fini et infini, variable centrée
* Linéarité et croissance de l’espérance
* Théorème de transfert
* Variance et écart type, variable réduite
* Moment d’ordre 2, formule de Huygens, propriétés de la variance

1. *Convexité et tracé de courbes*

* *Dérivations successives, classes C\*\*n, classe C infini*
* *Définition de la convexité, illustration graphique via les cordes de la courbe*
* *Caractérisations dans le cas C2 : tangente et signe de la dérivée seconde*
* *Concavité*
* *Point d’inflexion*
* *Minimum global et convexité*
* *Méthode générale de tracé de courbes de fonctions*

1. Expériences de Bernoulli

* Loi de Bernoulli
* Loi Binomiale : modélisation, loi et moments
* Formule du Binôme de Newton
* Loi géométrique : modélisation, loi et moments, propriétés (aspect sans mémoire)

1. Loi uniforme et de Poisson

* Loi uniforme sur [[1,n]] et sur [[a,b]]
* Loi certaine, équivalence avec les variables de variance nulle
* Loi de Poisson : loi et moments

*Informatique S2*

* Manipulation des matrices, application aux graphes \*
* Algorithme de tri de liste \*
* *Simulation d’expérience aléatoires \**
* *Algorithmes gloutons*

FIN DU PROGRAMME DE PREMIERE ANNEE