

Conigé du Test 1 - 06/09

Exercice 1. 14

$$1. \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{4+3+2}{12} = \frac{9}{12} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$2. 5 \times \frac{3}{12} - 2 \times \frac{7}{6} = \frac{15-28}{12} = \boxed{\frac{-13}{12}}$$

$$3. \frac{1}{\frac{3}{2}} + \frac{1}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = \boxed{\frac{11}{3}}$$

$$4. 2^2 - 2 \times 2 = \boxed{0}$$

Exercice 2. 18

$$1. \frac{3}{2}x - 2 = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$2. x^2 = x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{5}{2}}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ ou } \frac{1-\sqrt{5}}{2}}$$

$$3. \frac{x-2}{x+2} = 2$$

$$4. x^2 - 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 1-\sqrt{7} \text{ ou } 1+\sqrt{7}}$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 2(x+2) \Leftrightarrow \boxed{x = -6}$$

$$5. \frac{x+1}{x-1} = x$$

défini si $x \neq 1$.

$$\Leftrightarrow x+1 = x(x-1)$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 1+\sqrt{2} \text{ ou } 1-\sqrt{2}}$$

$$6. e^{4x^2-1} = \frac{1}{e^x}$$

$$\Leftrightarrow e^{4x^2-1} = e^{-x}$$

$$D = 1 + 4 \times 4 = 17$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 1 = -x \Leftrightarrow 4x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{-1-\sqrt{17}}{8} \text{ ou } \frac{-1+\sqrt{17}}{8}}$$

$$7. \ln x - \ln(x-1) = 0 \quad \text{L'équation est définie si } x > 0 \text{ et } x-1 > 0 \text{ si } \underline{x > 1}.$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x-1} = e^0 \Leftrightarrow \frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} = 0 \leftarrow \boxed{\text{Pas de solutions}}$$

Exercice 3 18

$$1- \frac{1}{4}x - \frac{3}{2} \leq \frac{1}{2}x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \boxed{x \geq -6}$$

$$2- (2x-2)(2x-6) \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) \leq 0$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x-1$		-	+	+
$x-3$		-	-	+
$(x-1)(x-3)$		+	-	+

$$\Leftrightarrow \boxed{x \in [1, 3]}$$

$$3- 4x \geq x^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 \leq 0$$

$(x-2)^2$ toujours ≥ 0
et nul en $x=2$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 2}$$

$$6- \frac{1}{x} \leq 2x \quad \text{d\u00e9fini en } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-2x^2}{x} \leq 0$$

$$\text{\u00c9tudions le signe de : } 1-2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{1}{2}} \leq x \leq \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\infty$
$1-2x^2$	-	+	+	-	-
x	-	-	0	+	+
$\frac{1-2x^2}{x}$	+	-		+	-

$$\boxed{S = [-\sqrt{\frac{1}{2}}, 0[\cup]\sqrt{\frac{1}{2}}, +\infty[$$

Remarque: $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.