

**Test 2 - Lundi 18 Septembre 2023**

1. Enoncer et redémontrer par récurrence le résultat de cours donnant, pour tout naturel  $n$ , la valeur de la somme :

$$\sum_{k=0}^n k$$

2. Prouver par récurrence sur  $n \geq 2$  que :

$$\sum_{i=1}^n 3^i = \frac{3^{n+1} - 3}{2}$$

3. On considère la suite  $(u_n)$  définie par récurrence par  $u_0 = 2$  et pour tout naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n + 3$ . Faites une conjecture sur la valeur explicite de  $u_n$  et prouvez cette conjecture par récurrence.
4. Donner l'expression sous forme de produit de  $n!$ . Simplifier  $\frac{(n+2)!}{n!}$ .
5. Ecrire la contraposée de la proposition suivante :  
Si tous les étudiants en ECG1 ont bien appris leur cours alors M. Bignon dort paisiblement.
6. (Optionnel) Montrer que :

$$\forall n \in \mathbf{N}^*, \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$