

**Programme de colle : Semaine du 25/09**

1. Sommes et récurrences

- (a) Raisonnement par récurrence.
- (b) Symbole  $\sum$ .
- (c) Savoir effectuer des manipulations simples sur des exemples de sommes : changement d'indice, sortie ou ajout de termes. Savoir combien de termes comporte une somme du type  $\sum_{k=p}^n$
- (d) Linéarité du symbole  $\sum$
- (e) Formule donnant la somme des  $k$ , des  $k^2$  ainsi que des  $q^k$  (où  $q$  est un réel différent de 1). **Les preuves, par récurrence, sont exigibles.**
- (f) Télescopage (la formule générale n'est pas exigible mais il faut savoir effectuer des télescopages sur des exemples).
- (g) Symbole  $\prod$
- (h) Savoir effectuer des manipulations simples sur des exemples de produit : changement d'indice, sortie ou ajout de termes.
- (i) Définition par récurrence de  $n!$  par la donnée de  $0! = 1$  et pour tout entier naturel  $n$  :

$$(n + 1)! = (n + 1)n!$$

- (j) Expression sous forme d'un produit de  $n!$  pour tout entier  $n \geq 1$  :  $n! = \prod_{k=1}^n k$ . **La preuve est exigible.**

2. Applications et polynômes.

- (a) Définition d'une application.
- (b) Composée de deux applications.
- (c) Ensemble de définition d'une fonction réelle. Savoir déterminer dans des cas pratiques l'ensemble de définition d'une fonction définie par une expression (par exemple :  
 $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 3) + \frac{1}{x-1}$ )
- (d) Applications injectives, surjective et bijective.
- (e) Méthode pratique pour déterminer l'expression de la bijection réciproque par résolution de l'équation  $f(x) = y$ .

Remarques :

- Les étudiants sont familiers des notions d'ensembles et des opérations ensemblistes.
- Les sommes doubles n'ont pas encore été abordées en cours.
- Les récurrences doubles et récurrence fortes ne sont pas au programme de la filière ECG Mathématiques Appliquées.
- On considèrera que les termes fonction et application sont synonymes.