

TD : Statistiques

1. Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de la série suivante :

Valeur	-2	4	-1
Fréquence	0,3	0,2	0,5

2. Si la moyenne de la classe lors d'un devoir est de 6/20 et l'écart type de 2, que peut faire l'enseignant aux notes des élèves pour :
- Passer à une moyenne de 8/20 ?
 - Passer à un écart-type de 3 ?

3. Que dire d'une série statistique dont la moyenne est bien supérieure à la médiane ?

4. On considère la série $(x_i, f_i)_{i \in [1, p]}$, où f_i représente la fréquence de la modalité x_i . On note \bar{x} sa moyenne et s_x^2 sa variance. On note φ la fonction qui, à tout réel u associe :

$$\varphi(u) = \sum_{i=1}^p f_i (x_i - u)^2 - \bar{x}^2$$

- a. Montrer que $\varphi(u) = u^2 - 2\bar{x}u + s_x^2$.
- b. En déduire que la fonction φ admet un minimum sur \mathbb{R} atteint en un point que l'on précisera. Quelle est la valeur de ce minimum ?
5. Voici une suite de conclusions erronées. Identifier l'erreur de raisonnement commise dans chacune d'elle et se demander de quelles données supplémentaires a-t-on éventuellement besoin.
- a. Dans une classe de prépa Maths Sup, les élèves ont en moyenne 1,7 frères et sœurs. Ce qui donne des fratries de 2,7 enfants en moyenne dans cette classe. En France il y a en moyenne 1,8 enfants par femme. Donc les enfants de famille nombreuses font plus d'études supérieures que les autres.
- b. L'espérance de vie moyenne d'un professeur des écoles en France est de 83,5 ans. En France l'espérance de vie moyenne est de 82,3 ans, donc être professeur des écoles permet de vivre plus longtemps.
- c. En France, la majorité des personnes décédant d'une maladie ont été vaccinées contre cette maladie, donc ce vaccin n'est pas efficace.
6. On compare les températures moyennes (en °C) de chaque mois de l'année pour deux communes de Haute-Savoie situées à 1000 m d'altitude : Chamonix et La Clusaz.

Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chamonix	1,5	4	7,5	12	15,5	20	23	22	19	14	6,5	2
La Clusaz	2,5	3,5	6	9,5	14	17	20,5	20,0	17	13	7	3,5

- a. Déterminer pour ces deux communes la médiane et les quartiles des températures.
 - b. Tracer ensuite les diagrammes en boîte de ces deux séries en utilisant la même échelle, de manière à pouvoir les comparer.
7. Soient $(x_k)_{k \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison $r \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$.
 Considérons la série statistique construite à partir des valeurs $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2n+1}$.
- a. Justifier que la moyenne de la série est égale à sa médiane.
 - b. Vérifier que la variance V est donnée par

$$V = r^2 \frac{n(n+1)}{3}$$