TD : Représentations graphiques

1. On considère la suite $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 \end{cases}$

Écrire un programme qui crée une liste L contenant les 20 premiers termes de la suite.
En déduire une représentation graphique de ces 20 termes. Que conjecturer sur la limite de la suite.

2. Faire le même travail que dans l'exercice 1 avec les suites :
   (a) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3u_n + 1} \end{cases}$
   (b) $\begin{cases} u_1 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = u_n\sqrt{u_n} \end{cases}$
   (c) $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{2n+1}{3n+4}$.

3. Tracer une représentation graphique des fonctions suivantes sur l'intervalle I :
   $(a)\ f: x \longmapsto e^{x^2}$ sur $\mathrm{I} = [0,1]$

   $(b)\ f: x \longmapsto \dfrac{x}{x^4 + 1}$ sur $\mathrm{I} = [-1,1]$

   $(c)\ f: x \longmapsto \frac{1}{x^2 - 1}$ sur I=]1,2]

4. Que trace le programme suivant ?
```
X=linspace(0,2,100)
plt.plot(np.exp(X),X)
```

5. Montrer que $f: x \longmapsto (x + 2)e^{-x}$ est bijective de $[-1; 3]$ dans un intervalle J (sur papier).
   Écrire un programme qui trace f^{-1} sur l'intervalle J.

Corrigé

1.
```
L=[2]
for n in range(1,20) :
    L.append(2/3*L[n]+n/3+1)
plt.plot(L)
```

2. (a)
```
L=[1]
for n in range(1,20) :
    L.append(L[n]/(3*L[n]+1))
plt.plot(L)
```
(b)
```
L=[4]
for n in range(1,20) :
    L.append(L[n]*sqrt(L[n]))
plt.plot(L)
```
(c)
```
L=[]
for n in range(0,20) :
    L.append((2*n+1)/(3*n+4))
plt.plot(L)
```

3. (a)
```
X=np.linspace(0,1,100)
    plt.plot(X,np.exp(X**2))
```
(b)
```
X=np.linspace(-1,1,100)
    plt.plot(X, X/(X**4+1))
```
(c)
```
X=np.linspace(-0.99,2,100)
    plt.plot(X, 1/(X**2-1))
```

4. Le programme trace la réciproque de la fonction exp sur [0,2], donc il trace la fonction ln (sur [1,e**2]).

5.
```
X=np.linspace(-1,3,100)

plt.plot((X+2)*np.exp(-X),X)
```