Interrogation du 24/11/2025

1. La matrice est de taille 2×2. On calcule donc son déterminant:

$$\begin{aligned}\det A &= 1 \times 4 - 1 \times 2 \\ &= 2\end{aligned}$$

Comme $\det A \neq 0$, la matrice A est inversible et son inverse est donné par

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Vérification:

$$\begin{aligned}A \times A^{-1} &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= I_2 \quad \checkmark\end{aligned}$$

2. .
1
2
3
4
[6, 8, 10, 12]
3. Les quatres formes indéterminees sont:

$$" +\infty - \infty ", " 0 \times \infty ", " \frac{\infty}{\infty} " \text{ et } " \frac{0}{0} "$$

4. a) On a: $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$
$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0 \quad$ car $-1 < \frac{1}{3} < 1$
$\lim_{n\to+\infty} 1 = 1$ Donc par somme,

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$$

5. $\forall n \in \mathbb{N}^\star, \quad v_n = \frac{2^n}{n^3}\frac{\left(\frac{n^2}{2^n+1}\right)}{\left(1+\frac{\ln(n)}{n^3}\right)}$
b) or
- $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$ par croissances comparées donc $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2^n} + 1 = 1$
- $\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{n^3} = 0$ par croissances comparées donc $\lim_{n\to+\infty} 1 + \frac{\ln(n)}{n^3} = 1$
- $\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n}{n^3} = +\infty$ par croissances comparées

Finalement, par opérations,

$$\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$$