

COLLE 10 - Semaine du 01/12 au 05/12

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 9 - Limite d'une suite

- Définition de convergence vers un réel, vers $\pm\infty$ en terme de quantificateurs
- Limites usuelles (puissances, exponentielle, logarithme, suites géométriques)
- Opérations sur les limites (somme, produit, quotient, composition) avec les quatre formes indéterminées à connaître
- Croissances comparées pour résoudre les formes indéterminées dans certains cas
- Théorèmes d'existence : par encadrement, théorème de la limite monotone
- Notion de suites adjacentes
- Propriétés théoriques sur les suites : toute suite convergente est bornée, passage à la limite dans une inégalité
- Suites extraites

Chapitre 10 - Notion d'Ensemble (début)

- Notion d'ensemble, définition avec une forme conditionnelle ou une forme paramétrique
- Notion d'appartenance/non appartenance à un ensemble (symboles \in et \notin)
- Inclusion d'ensemble, ensembles non inclus
- Égalité de deux ensembles par double inclusion ou par équivalence

Informatique

- Calculs simples en python : $+$, $-$, $*$, $/$, $**$
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maîtriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Savoir utiliser les listes
- Comprendre une boucle `for`.

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Donner la limite des suites de référence suivantes $(n^a)_{n \in \mathbb{N}^*}$ (pour $a > 0$ et $a < 0$), $(\exp(an))_{n \in \mathbb{N}}$ (pour $a > 0$) et $(\ln(n)^a)_{n \in \mathbb{N}}$ (pour $a > 0$). (Chap 9 - Section 2.1.a)
- ☐ Donner la limite des suites géométriques en fonction de la raison (Chap 9 - Section 2.1.b)
- ☐ Savoir énoncer le théorème d'existence d'une limite par encadrement (Chap 9 - Proposition 2.8)
- ☐ Savoir énoncer le théorème de la limite monotone et en faire une illustration graphique (Chap 9 - Proposition 2.14)

Un exercice :

- ☐ Donner la limite des suites suivantes. (Chap 9 - Ex 2.1)

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^2 + \frac{1}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{\sqrt{n}}{e^{-n} - 1}$$

- ☐ Donner la limite des suites suivantes (Chap 9 - Ex 2.5)

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^2 - 3n + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{2n^3 - 5n + 1}{n^2 + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{e^n + n}{n^2 + 1}$$

- ☐ Dans les phrases suivantes, remplacer les ... par le symbole adéquat entre \in et \notin et justifier l'assertion que l'on obtient. (Chap 10 - Ex 4)

1 $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$	$(1, 1, -1)$ $\{(t, t, -t) \in \mathbb{R} \mid t \in \mathbb{R}\}$
$(2, 3)$ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \mid y = x^2\}$	$\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$ $\left\{ \begin{pmatrix} a & -a \\ 2a & a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$

- ☐ Montrer l'inclusion suivante (Chap 10 - Ex 1.8)

$$F = \{3a + 1 \mid a \in [0, 1]\} \subset [1, 4]$$

- ☐ Montrer la non-inclusion suivante (Chap 10 - Ex 1.12)

$$E = [-1, 1] \not\subset F = \{a^2 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

- ☐ On considère la suite $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\forall k \in \mathbb{N}, u_k = k^2 + 1$$

Écrire une fonction, appelée listesuite, qui prend en argument un entier n et qui renvoie la liste de tous les termes de la suite (depuis u_0) jusqu'au n -ième. (TP2 - Ex 1.6)