

COLLE 12 - Semaine du 15/12 au 17/12

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 11 - Limite d'une fonction

- Définition de limites (en $\pm\infty$, en x_0^\pm et en x_0) en terme de quantificateurs
- Limites de référence : fonctions puissances, exponentielle et logarithme
- Opérations sur les limites (somme, produit, inverse, quotient, composée)
- Croissances comparées (théorème et utilisation)
- Théorème de passage à la limite dans une inégalité, théorème des gendarmes (plusieurs versions), théorème de la limite monotone

Chapitre 12 - Application (début)

- Application, ensemble de définition, ensemble d'arrivée
- Savoir déterminer l'image/l'ensemble des antécédents d'un élément par une application
- Représentation graphique d'une fonction, savoir déterminer graphiquement antécédent/image
- Composition de deux applications
- Image directe d'une application, $\text{Im}(f)$ (savoir repérer graphiquement, savoir déterminer par double inclusion)

Informatique

- Calculs simples en python : `+, -, *, /, **`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maîtriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- Connaître les limites en $\pm\infty$ des fonctions puissances *avec illustration graphique* (*Chap 11 - Prop 2.1*)
- Connaître les limites en $\pm\infty$ de la fonction exponentielle et en 0^+ et $+\infty$ pour le logarithme *avec illustration graphique* (*Chap 11 - Prop 2.3*)
- Énoncer le théorème d'encadrement (aussi appelé théorème des gendarmes) (*Chap 11 - Prop 3.3*)
- Énoncer le théorème de la limite monotone (uniquement dans le cas d'une fonction croissante) et en faire une *illustration graphique* (*Chap 11 - Prop 3.10*)

Un exercice :

- Étudier les limites suivantes (*Chap 11 - Ex 2.9 (1ière ligne) & Ex 2.11 (3ième ligne)*)

$$\text{a. } x \mapsto \frac{e^{2x} - 1}{\ln(x) + x} \text{ en } 0^+ \quad \text{b. } x \mapsto \exp\left(\frac{1}{x}\right) \text{ en } 0^-$$

- Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction $x \mapsto \frac{e^x+x}{\ln(x)+x^2}$. (*Chap 11 - Ex 2.16*)

-
- On considère l'application

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x,y) &\longmapsto (2x-y, 3x-2y) \end{aligned}$$

Déterminer l'ensemble des antécédents de l'élément $(0, 1)$ par l'application f . (*Chap 12 - Ex 1.11*)

- Tracer l'allure de la courbe de l'application suivante (à partir de son tableau de variations) et repérer sur son graphe son image. (*Chap 12 - Ex 3.2*)

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

-
- On considère la suite $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad u_k = k^2 + 1$$

Écrire une fonction, appelée *listesuite*, qui prend en argument un entier n et qui renvoie la liste de tous les termes de la suite (depuis u_0) jusqu'au n -ième. (*TP2 - Ex 1.6*)