

COLLE 16 - Semaine du 12/02 au 16/02

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours.

Chapitre XVI - Calcul de dérivées

- Les dérivées usuelles
- Opérations sur les dérivées (somme, produit, quotient, composée)
- Lien entre le signe de la dérivée et la monotonie d'une fonction
- Équation de la tangente à une courbe

NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES : Dans ce chapitre, on s'intéresse aux calculs de dérivées. La théorie sur la dérivation (taux d'accroissement, domaine de dérivabilité,...) sera vue ultérieurement.

Chapitre XVII - Continuité d'une fonction

- Continuité en un point
- Continuité sur un intervalle
- Opérations sur les fonctions continues
- Prolongement par continuité d'une fonction
- Théorème des valeurs intermédiaires
- Théorème de la bijection
- Théorème des bornes (une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes)

Chapitre XVIII - Théorie des graphes

- Maîtrise du vocabulaire : graphe orienté/non orienté/pondéré, boucle, sommets adjacents, sommet isolé, ordre d'un graphe, graphe simple, degré d'un sommet, chaîne/chemin, longueur d'une chaîne/chemin, chaîne/chemin simple/élémentaire, cycle/circuit
- Lemme des poignées de mains
- Matrice d'adjacence d'un graphe
- Calcul du nombre de chaîne/chemin de longueur k à partir de la matrice d'adjacence
- Connexité : définition, caractérisation via la matrice d'adjacence

NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES : La notion de chaîne eulérienne/graphes eulérien n'a pas encore été vue.

Informatique

- Calculs simples en python : +, -, *, /, **
- Définir une variable. Afficher une valeur avec print.
- Charger la bibliothèque numpy (import numpy as np), fonctions usuelles : np.exp, np.log, np.sqrt
- Instruction conditionnelle if...elif...else
- Les listes
- Boucles for
- Boucles while
- Fonctions
- Matrices
- Tracer des graphes grâce au module Matplotlib
- Recherche d'un élément dans une liste

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même par l'exercice de cours, soit un total de 10 points pour les deux.

Un énoncé :

- Théorème des valeurs intermédiaires (Chap XVII - Prop 2.3, TVI - v2)
- Théorème de la bijection (Chap XVII - Prop 2.19, - Th. Bij. v1)
- Théorème des bornes (Chap XVII - Prop 2.12)

- Lemme des poignées de main (Chap XVIII - Prop 2.5)
- Caractérisation de la connexité d'un graphe via la matrice d'adjacence (Chap XVIII - Prop 4.7)

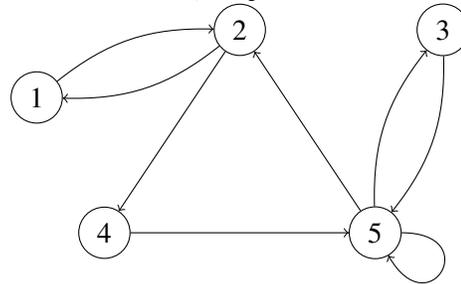
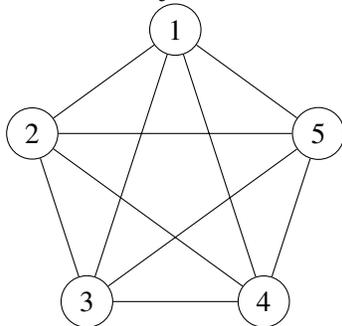
Un exercice :

- On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x^2}{2}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- Montrer que la fonction f est continue sur \mathbb{R} . (Chap. XVII - Ex 1.8)
- Montrer que l'équation $\ln(x) + 1 = -2x$ admet au moins une solution dans $[\frac{1}{e^3}, \frac{1}{e}]$. (Chap. XVII - Ex 2.8)
- Montrer que l'équation $\ln(x) = x - 3$ admet une unique solution dans $[1, +\infty[$. (Chap. XVII - Ex 2.22)

- Dans une petite ville, il y a 15 appareils téléphoniques. Est-il possible de les relier par des fils téléphoniques pour que chaque appareil soit relié avec exactement 5 autres ? (Chap. XVIII - Ex 2.7)
- Donner la matrice d'adjacence des deux graphes suivants. (Chap. XVIII - Ex 3.2)



- Écrire un programme calculant (TP 6)

$$\sum_{k=1}^{1000} \frac{1}{k^2}$$

- On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{1}{2n+1}$. Écrire un programme permettant de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n < 0,001$. (TP 7)
- Écrire une fonction qui prend un argument un nombre réel x et qui renvoie $2x - 1$ si $x \leq 2$ et qui renvoie $\ln(x)$ si $x > 2$.
- Tracer la courbe de la fonction \exp sur l'intervalle $[-1, 5]$ en s'aidant de numpy. (TP 11)