Interrogation du 18/09/2023

NOM Prénom :

1. Réaliser le calcul suivant. Simplifier au maximum le résultat.

$$A = \frac{7 \times \frac{2}{5}}{7 - \frac{1}{5}}$$

On a $A = \dfrac{\frac{7\times 2}{5}}{\frac{7\times 5}{5} - \frac{1}{5}} = \dfrac{\frac{14}{5}}{\frac{34}{5}} = \frac{14}{5} \times \frac{5}{34} = \frac{14}{34} = \frac{7}{17}$

2. Soient $x \in \mathbb{R}^*$ et $y \in \mathbb{R}$. Réaliser le calcul suivant. Simplifier au maximum le résultat.

$$B = \left(\frac{5(xy)^3}{x}\right)^2$$

Soient $x \in \mathbb{R}^*$ et $y \in \mathbb{R}$. On a

$B = \left(\dfrac{5x^3y^3}{x}\right)^2 = (5x^2y^3)^2 = 25x^4y^6$

3. Donner le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \ln(5x+7)$.

Notons $\mathcal{D}_f$ le domaine de définition de la fonction f.
On a

$$\begin{aligned} x \in \mathcal{D}_f &\iff 5x+7 > 0 \\ &\iff 5x > -7 \\ &\iff x > -\frac{7}{5} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{D}_f = \left]-\frac{7}{5} ; +\infty\right[$

Tournez la page ➔

4. Soient f et g les fonctions données par

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^4+1 \end{array} \qquad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{x} \end{array}$$

Déterminer l'ensemble de définition et l'expression de $f \circ g$ et $g \circ f$ quand ces fonctions existent.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + 1 \in \mathbb{R}^*$. Donc $g \circ f$ est bien définie sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x^4+1}.$$

- Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $g(x) = \frac{1}{x} \in \mathbb{R}$. Donc $f \circ g$ est bien définie sur $\mathbb{R}^*$ et pour tout $x \in \mathbb{R}^*$,

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x)^4 + 1 = \frac{1}{x^4} + 1.$$

5. Donner la définition d'une fonction croissante sur I.

Soient f une fonction définie sur $\mathcal{D}_f$ et I un intervalle de $\mathcal{D}_f$.
On dit que f est croissante sur I si
pour tout $(x,y) \in I^2$ avec $x \leq y$, on a $f(x) \leq f(y)$.

6. La fonction $x \overset{f}{\mapsto} \frac{1}{x}$ est-elle décroissante sur $\mathbb{R}^*$? Justifiez votre réponse.

La fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{x} \end{array}$ n'est pas décroissante sur $\mathbb{R}^*$ car
-1 et 1 sont deux éléments de $\mathbb{R}^*$ tels que $-1 \leq 1$ et $f(-1) < f(1)$.