

COLLE 15 - Semaine du 26/01 au 30/01

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 14 - Théorie des graphes

- Maîtrise du vocabulaire : graphe orienté/non orienté/pondéré, boucle, sommets adjacents, sommet isolé, ordre d'un graphe, graphe simple, degré d'un sommet, chaîne/chemin, longueur d'une chaîne/chemin, chaîne/chemin simple/élémentaire, cycle/circuit
- Lemme des poignées de mains
- Matrice d'adjacence d'un graphe
- Calcul du nombre de chaîne/chemin de longueur k à partir de la matrice d'adjacence
- Connexité : définition, caractérisation via la matrice d'adjacence
- Chaîne eulérienne/graphe eulérien : définition et caractérisation.

Chapitre 15 - Probabilités sur un univers fini

- Vocabulaire de base : univers, issues, évènement (certain, impossible, élémentaire)
- Opérations sur les évènements : union, intersection, complémentaire
- Notion de système complet d'évènement
- Définition d'une probabilité, propriétés élémentaires (formule du crible, probabilité de l'évènement contraire,...)
- Exemple de la probabilité uniforme
- Probabilité conditionnelle
- Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes
- Indépendance de deux évènements, indépendance mutuelle d'une famille d'évènements

Informatique

- Calculs simples en python : +, -, *, /, **
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- Énoncer la formule des probabilités composées *(Chap. 15 - Proposition 2.16)*
- Énoncer la formule des probabilités totales *(Chap. 15 - Proposition 2.18)*
- Énoncer la formule de Bayes *(Chap. 15 - Proposition 2.19)*

Un exercice :

- Dans une petite ville, il y a 15 appareils téléphoniques. Est-il possible de les relier par des fils téléphoniques pour que chaque appareil soit relié avec exactement 5 autres ? *(Chap. 14 - Ex 2.7)*
- On considère une urne qui contient initialement deux boules blanches et trois boules noires. On effectue des tirages successifs (avec ordre) de la manière suivante.
 - Lorsque la boule tirée est blanche, elle est remise dans l'urne avant de procéder au tirage suivant.
 - Lorsque la boule tirée est noire, elle n'est pas remise dans l'urne, mais remplacée par une boule blanche et l'on procède alors au tirage suivant.
 Notons pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, N_k l'événement "On obtient une boule noire au k -ième tirage" et Y l'événement "On obtient pour la première fois une boule blanche au 3-ième tirage". Déterminer la probabilité de Y . *(Chap. 15 - Exemple 2.17)*
- Un groupe d'amis souhaite passer la soirée dans l'une des trois discothèques valables de Biarritz qu'ils choisissent au hasard. Dans la discothèque *Pipeline*, l'animateur passe du reggae avec une probabilité $1/4$, dans la discothèque *Mundaka*, l'animateur en passe avec une probabilité $4/10$ et dans la discothèque *JBay*, avec une probabilité $3/10$. Quelle est la probabilité que lors de leur soirée, le groupe d'amis entende du reggae ? *(Chap. 15 - Exemple 2.20, Question 4)*
- Un groupe d'amis souhaite passer la soirée dans l'une des trois discothèques valables de Biarritz qu'ils choisissent au hasard. Dans la discothèque *Pipeline*, l'animateur passe du reggae avec une probabilité $1/4$, dans la discothèque *Mundaka*, l'animateur en passe avec une probabilité $4/10$ et dans la discothèque *JBay*, avec une probabilité $3/10$. Quelle est la probabilité que le groupe d'amis ait choisi la discothèque *Mundaka* sachant qu'en entrant dans la discothèque choisie, il ont entendu du reggae ? *(Chap. 15 - Exemple 2.20, Question 5)*
- On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et par la relation de récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{e^{-u_n}}{u_n}.$$

Recopier et compléter la fonction Python suivante afin que l'appel `fonc_1(a)` renvoie le plus petit entier n tel que $u_n > a$.

```
def fonc_1(a):
    from numpy import exp
    u=1
    n=0
    while ..... :
        u=exp(-u)/u
        n=.....
    return n
```