

**COLLE 18 - Semaine du 11/03 au 15/03**

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours.

**Chapitre XIX - Dérivabilité d'une fonction**

- Étude locale de la dérivée
  - Dérivabilité en un point/Taux d'accroissement en un point/Nombre dérivé
  - Dérivabilité à gauche et à droite en un point/Nombre dérivé à gauche et à droite
  - Interprétation géométrique de la dérivée en un point : lien avec l'équation de la tangente en cas de dérivabilité, asymptote verticale en cas de non dérivabilité
  - Développement limité à l'ordre 1, utilisation pour calculer des limites
  - Lien entre continuité en un point et dérivabilité en un point
- Étude globale de la dérivée
  - Dérivabilité sur un intervalle
  - Ensemble de dérivation des fonctions usuelles (polynômes, racine carrée, exp, ln,...)
  - Opérations sur les fonctions dérivables (combinaisons linéaires, produit, quotient, tout SAUF la dérivabilité de la fonction réciproque pour une fonction bijective)
- Dérivées successives, fonctions de classe  $\mathcal{C}^1, \mathcal{C}^2, \mathcal{C}^\infty$
- Inégalités des accroissements finis, application à l'étude des suites récurrentes
- Lien entre dérivée et monotonie
- Lien entre dérivée et extrema locaux

**Informatique**

- Calculs simples en python : +, -, \*, /, \*\*
- Définir une variable. Afficher une valeur avec print.
- Charger la bibliothèque numpy (import numpy as np), fonctions usuelles : np.exp, np.log, np.sqrt
- Instruction conditionnelle if...elif...else
- Les listes
- Boucles for
- Boucles while
- Fonctions
- Matrices
- Tracer des graphes grâce au module Matplotlib
- Recherche d'un élément dans une liste

## Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

### Un énoncé :

- Définir la dérivabilité en un point (Chap XIX - Définition 1.1)
- Interprétation géométrique de la dérivée en un point (lien avec la tangente) + Faire une illustration de cette propriété ! (Chap XIX - Proposition 1.8)
- Donner le lien entre dérivabilité et continuité avec un contre-exemple dans le sens où cela ne marche pas (Chap XIX - Proposition 1.11 + Figures en dessous)
- Donner l'ensemble de définition, l'ensemble de continuité et l'ensemble de dérivabilité des fonctions suivantes : polynômes, exp, ln et racine carrée (Chap XIX - Proposition 2.3 + Chap XVII - Proposition 1.7)
- Énoncer l'inégalité des accroissements finis (Chap XIX - Proposition 4.1)

### Un exercice :

- Montrer que la fonction suivante est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et calculer sa dérivée. (Chap. XIX - Exemple 2.8)

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{x}{1+|x|}$$

- Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Calculer les dérivées successives de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = e^{ax}$ . (Chap. XIX - Exemple 3.6)
- On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-2, +\infty[$  par, pour tout  $x \in [-2, +\infty[$ ,  $f(x) = \sqrt{2+x}$ . Montrer que l'inégalité suivante est vérifiée (Chap. XIX - Exemple 4.4, Questions 4 et 5)

$$\forall (a, b) \in [0, +\infty[, \quad |f(b) - f(a)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} |b - a|.$$

- Dresser le tableau de variation et l'allure de la courbe de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \{-1\}$  par, pour tout  $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$ . (Chap. XIX - Exemple 4.7)