

Interrogation du 25/09/2023

NOM Prénom :

1. Donner le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{7x+11}$

Notons $\mathcal{D}_f$ le domaine de définition de f .

On a

$$\begin{aligned} x \in \mathcal{D}_f &\Leftrightarrow 7x+11 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow 7x \geq -11 \\ &\Leftrightarrow x \geq -\frac{11}{7} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{D}_f = \left[-\frac{11}{7}; +\infty\right[$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|3x-1| > 5$.

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} |3x-1| > 5 &\Leftrightarrow 3x-1 > 5 \quad \text{ou} \quad 3x-1 < -5 \\ &\Leftrightarrow 3x > 6 \quad \text{ou} \quad 3x < -4 \\ &\Leftrightarrow x > 2 \quad \text{ou} \quad x < -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

Donc l'ensemble des solutions est donné par

$$\left]-\infty, -\frac{4}{3}\right[\cup]2; +\infty[$$

3. Montrer que la fonction suivante est impaire

$$\begin{aligned} g &: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{7x^3}{2x^4+x^2+5} \end{aligned}$$

Tout d'abord, g est bien définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $x \mapsto 2x^4+x^2+5$ ne s'annule pas.

. le domaine de définition de g , donné par $\mathbb{R}$, est symétrique par rapport à 0.

. Soit $x \in \mathbb{R}$. On a:

$$g(-x) = \frac{7(-x)^3}{2(-x)^4+(-x)^2+5} = \frac{7x-x^3}{2x^4+x^2+5} = -\frac{7x^3}{2x^4+x^2+5} = -g(x).$$

Donc la fonction g est impaire.

Tournez la page $\rightarrow$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\lfloor 9x - 3 \rfloor = 2$.

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} \lfloor 9x - 3 \rfloor = 2 &\Leftrightarrow 2 \leq 9x - 3 < 3 \\ &\Leftrightarrow 5 \leq 9x < 6 \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{9} \leq x < \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Donc l'ensemble des solutions vaut

$$\left[\frac{5}{9}, \frac{2}{3} \right[$$

5. Montrer que la fonction suivante est ni paire ni impaire

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^3 + 2x^2 - 3 \end{aligned}$$

On a :

$$f(1) = 1^3 + 2 \times 1^2 - 3 = 0 \quad \text{et} \quad f(-1) = (-1)^3 + 2 \times (-1)^2 - 3 = -2$$

- Comme $f(1) \neq f(-1)$, f n'est pas paire.
- Comme $f(1) \neq -f(-1)$, f n'est pas impaire.

6. Simplifier les calculs suivants :

$$-\ln(3x^2) - \ln\left(\frac{1}{x^3}\right) \quad (\text{pour } x > 0)$$

• Soit $x > 0$. On a

$$\begin{aligned} -\ln(3x^2) - \ln\left(\frac{1}{x^3}\right) &= \ln\left(\frac{1}{3x^2}\right) + \ln(x^3) \\ &= \ln\left(\frac{1}{3x^2} \times x^3\right) \\ &= \ln\left(\frac{x}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{e^{x^2-4x}}{e^{(x-2)^2}} \quad (\text{pour } x \in \mathbb{R})$$

• Soit $x \in \mathbb{R}$. On a :

$$\begin{aligned} \frac{e^{x^2-4x}}{e^{(x-2)^2}} &= \frac{e^{x^2-4x}}{e^{x^2-4x+4}} = e^{x^2-4x-(x^2-4x+4)} \\ &= e^{x^2-4x-x^2+4x-4} \\ &= e^{-4} \end{aligned}$$