COLLE 20 - *Semaine du 25/03 au 29/03*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours.

Chapitre XX - Séries numériques

- Notion de série : somme partielle d'indice n, suite des sommes partielles, terme général
- Convergence/Divergence d'une série et notion de somme
- Condition nécessaire de convergence : si la suite $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ ne converge pas vers 0, alors la série $\sum u_k$ diverge
- Cas particulier des séries de terme général positif : la suite des sommes partielles est croissante
- Théorèmes de comparaison pour les séries à termes positifs
- Notion de convergence absolue
- Séries de référence : séries télescopiques, séries géométriques et géométriques dérivées, séries exponentielles
- Opérations sur les séries convergentes (somme et multiplication par un scalaire)

Chapitre XXI - Espace $\mathbb{R}^n$ (début)

- Définition de l'espace $\mathbb{R}^n$, opérations interne et externe
- Définition d'un sous-espace vectoriel
- Définition d'un sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs

Informatique

- Calculs simples en python : `+,-,*,/,**`
- Définir une variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Charger la bibliothèque numpy (`import numpy as np`), fonctions usuelles : `np.exp, np.log, np.sqrt`
- Instruction conditionnelle `if...elif...else`
- Les listes
- Boucles `for`
- Boucles `while`
- Fonctions
- Matrices
- Tracer des graphes grâce au module `Matplotlib`
- Recherche d'un élément dans une liste
- Algorithme de Dijkstra

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Définition de convergence d'une série *(Chap XX - Définition 1.4)*
- ☐ Condition nécessaire de convergence *(Chap XX - Proposition 2.1)*
- ☐ Convergence des séries géométriques *(Chap XX - Proposition 3.3)*
- ☐ Convergence des séries géométriques dérivées d'ordre 1 et 2 *(Chap XX - Proposition 3.5)*
- ☐ Convergence des séries exponentielles *(Chap XX - Proposition 3.7)*

- ☐ Définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ *(Chap XXI - Définition 2.1)*
- ☐ Définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ engendré par une famille de vecteurs *(Chap XXI - Définition 2.8)*

Un exercice :

- ☐ Étudier la nature de la série suivante et donner sa somme en cas de convergence. *(Chap. XX - Exemple 3.1)*

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+1}\right)$$

- ☐ Étudier la nature des séries suivantes et donner leur somme en cas de convergence *(Chap. XX - Exemples 3.4 et 3.6)*

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{4}\right)^k \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{9}{10^k} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}^*} \frac{k}{3^{k-1}} \qquad \sum_{k\geqslant 2} \frac{k(k-1)}{4^{k-2}}$$

- ☐ Étudier la nature des séries suivantes et donner leur somme en cas de convergence *(Chap. XX - Exemple 3.8)*

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{2^k}{k!} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{3^k \times k!} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{k!} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}^*} \frac{5^k}{k!}$$

- ☐ Montrer que l'ensemble $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3x\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. *(Chap. XXI - Exemple 2.2)*
- ☐ Soit $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 0\}$ un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. Exhiber une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^2$ telle que F est l'espace vectoriel engendré par cette famille. *(Chap. XXI - Exemple 2.17)*