

**COLLE 23 - Semaine du 27/04 au 30/04**

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

**Chapitre 22 - Probabilité sur un univers infini**

Ce chapitre consiste à généraliser toutes les notions vues dans le Chapitre "Probabilité sur un univers fini" au cas d'un univers infini.

- Notion d'univers, d'évènements, système complets d'évènements, opérations sur les évènements.  
Nouveauté : union/intersection d'un nombre infini d'évènements.
- Notion de probabilité, de probabilité conditionnelle
- Formule des probabilités totales, des probabilités composées, de Bayes
- Notion d'indépendance

**Chapitre 23 - Calculs de Primitives**

- Notion de primitive
- Existence d'une primitive, non unicité de manière générale, unicité sous condition
- Primitives des fonctions usuelles, primitives des composées
- Astuce pour déterminer les primitives d'une fonction rationnelle

**Informatique**

- Calculs simples en python : +, -, \*, /, \*\*
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maîtriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`
- Savoir simuler les lois usuelles

## Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

### Un énoncé :

- Propriété de  $\sigma$ -additivité d'une probabilité (Chap 22 - Définition 1.10, Point 3)
- Formule des probabilités totales (univers infini) (Chap 22 - Proposition 2.4)

---

- Définition d'une primitive (Chap 23 - Définition 1.1)
- Condition d'existence d'une primitive (Chap 23 - Proposition 2.1)
- Non unicité de la notion de primitive (Chap 23 - Proposition 2.2)

### Un exercice :

- On dispose d'une grille infinie dont les lignes et les colonnes sont numérotées 1, 2, ... On place un jeton au hasard dans une case et on note, pour tout  $i$  et  $j$  dans  $\mathbb{N}^*$ ,  $A_{i,j}$  "le jeton est placé en ligne  $i$  et en colonne  $j$ ". On suppose que

$$\forall (i, j) \in (\mathbb{N}^*)^2, \quad P(A_{i,j}) = \frac{1}{e^{2j}(i-1)!}$$

Calculer la probabilité de l'évènement  $L_1$  "le jeton est placé sur la ligne 1". (Chap. 22 - Exemple 1.11, Question 1)

- On dispose d'une pièce de monnaie donnant Pile avec la probabilité  $\frac{2}{3}$ . On lance la pièce de monnaie jusqu'à obtenir Pile. On note, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $F_n$  "Le  $n$ -ième lancer donne Face" et  $A_n$  "Le premier Pile apparaît au  $n$ -ième lancer".
  1. Calculer pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $P(A_n)$ .
  2. Montrer que la série  $\sum P(A_n)$  converge et que sa somme vaut 1.
 (Chap. 22 - Exemple 2.5, Questions 1 et 2)

- Donner une primitive des fonctions suivantes sur l'intervalle considéré (Chap. 23 - Exemple 3.3)

$$1. x \mapsto 3x^2 - 5x + 3 \text{ sur } \mathbb{R} \quad 2. x \mapsto \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \text{ sur } ]-\infty, 0[ \quad 3. x \mapsto e^{2x} + \frac{1}{3}x \text{ sur } \mathbb{R}$$

- $J$  la variable aléatoire égale au nombre total de boules jaunes obtenues.
  1. Réaliser une simulation de  $X_1$  à l'aide de Python.
  2. Réaliser une simulation de  $R$  à l'aide de Python.
  3. Réaliser une simulation de  $J$  à l'aide de Python.

(TP 06 - Exercice 2)