

COLLE 25 - Semaine du 10/06 au 14/06

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours.

Chapitre XXV - Variables Aléatoires

- Notion de variable aléatoire finie/discrète, loi d'une variable aléatoire
- Transformation d'une variable aléatoire
- Espérance d'une variable aléatoire
- Théorème de transfert
- Variance et écart-type d'une variable aléatoire
- Lois usuelles finies : loi certaine, uniforme, Bernoulli, binomiale
- Lois usuelles infinies : géométrique, de Poisson

Chapitre XXVI - Intégration sur un segment (le début)

- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue
- Interprétation graphique/lien avec l'aire algébrique
- Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles
- Positivité et croissance de l'intégrale
- Inégalité triangulaire

Les techniques de calculs comme le changement de variables ou l'intégration par parties n'ont pas encore été vues.

Informatique

- Calculs simples en python : +, -, *, /, **
- Définir une variable. Afficher une valeur avec print.
- Charger la bibliothèque numpy (import numpy as np), fonctions usuelles : np.exp, np.log, np.sqrt
- Instruction conditionnelle if...elif...else
- Les listes
- Boucles for
- Boucles while
- Fonctions
- Matrices
- Tracer des graphes grâce au module Matplotlib
- Recherche d'un élément dans une liste
- Algorithme de Dijkstra
- Algorithmes Gloutons

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- Définition d'une loi uniforme sur $\{1, \dots, n\}$ (loi, espérance et variance) (Chap. XXV - Définition 3.2)
- Définition d'une loi de Bernoulli de paramètre p (loi, espérance et variance) (Chap. XXV - Définition 3.4)
- Définition d'une loi binomiale de paramètres n et p (loi, espérance et variance) (Chap. XXV - Définition 3.6)
- Définition d'une loi géométrique de paramètre p (loi, espérance et variance) (Chap. XXV - Définition 4.1)
- Définition d'une loi de Poisson de paramètre λ (loi, espérance et variance) (Chap. XXV - Définition 4.4)

Un exercice :

- Justifier que l'intégrale suivant est bien définie et la calculer (Chap. XXVI - Exemple 1.6)

$$I = \int_{-1}^0 \left(3(x^4 + 2) - \frac{x}{x^2 + 1} \right) dx$$

- On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par (Chap. XXVI - Exemple 1.9)

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 4x^3 + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Justifier l'existence de l'intégrale $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$ et la calculer.

- Calculer les trois intégrales suivantes (Chap. XXVI - Ex 2.1 et 2.2)

$$I_1 = \int_0^1 (5x^3 - 3x + 7) dx \quad I_2 = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx \quad I_3 = \int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$$